

Ejercicios de Funciones Conceptos Fundamentales

MarioProfe

22 de marzo de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

- 1** 1. Una olla, conteniendo un bloque de hielo a -40°C , es colocada sobre la llama de un fogón. La evolución de la temperatura T , en grados Celsius, a lo largo del tiempo x , en minutos, es descrita por la siguiente función abajo. El tiempo necesario para que la temperatura del agua alcance 50°C , en minutos, equivale a:

- (a) 4,5 (b) 9,0 (c) 15,0 (d) 30,0

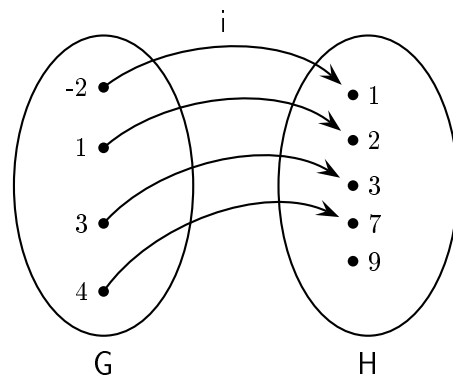
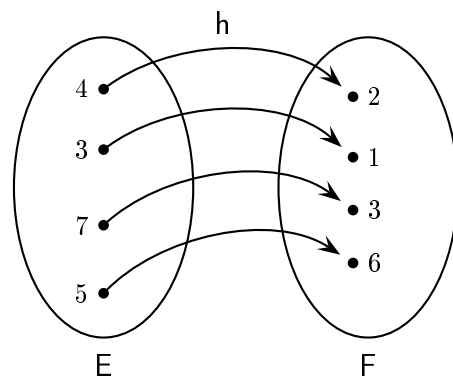
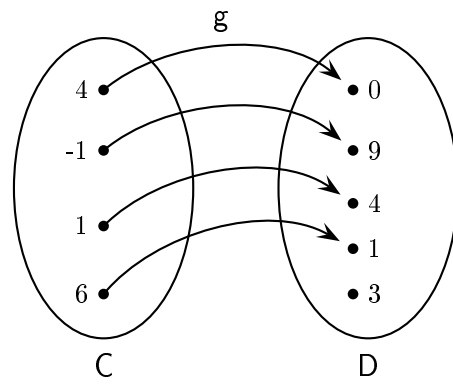
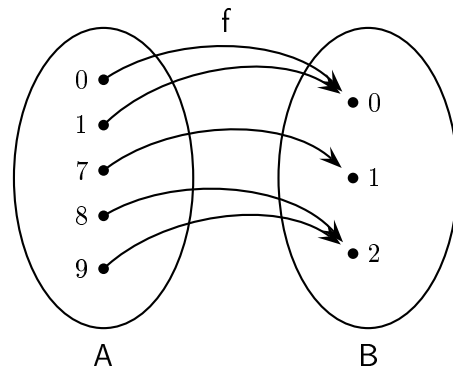
$$T(x) = \begin{cases} 20x - 40, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{si } 2 \leq 10 \\ 10x - 100, & \text{si } 10 < x \leq 20 \\ 100, & \text{si } 20 < x \leq 40 \end{cases}$$

- 4** 2. En varias ciudades brasileñas, fue instituido la TRSD (Tasa de Residuos Sólidos Domiciliares), conocida como "tasa de la basura", que establece para cada domicilio el pago por el servicio de recogida, transporte y almacenamiento de la basura. Cuando fue instituida en determinada ciudad, los domicilios fueron tributados en función de la basura generada, conforme a la tabla abajo. Representando por x el volumen, en litros, de basura generado por un domicilio genérico y por $f(x)$ la tasa mensual correspondiente, en Reais (Moneda Brasileña). Indique la ley que expresa la tasa mensual de ese domicilio en función del volumen de basura generado.

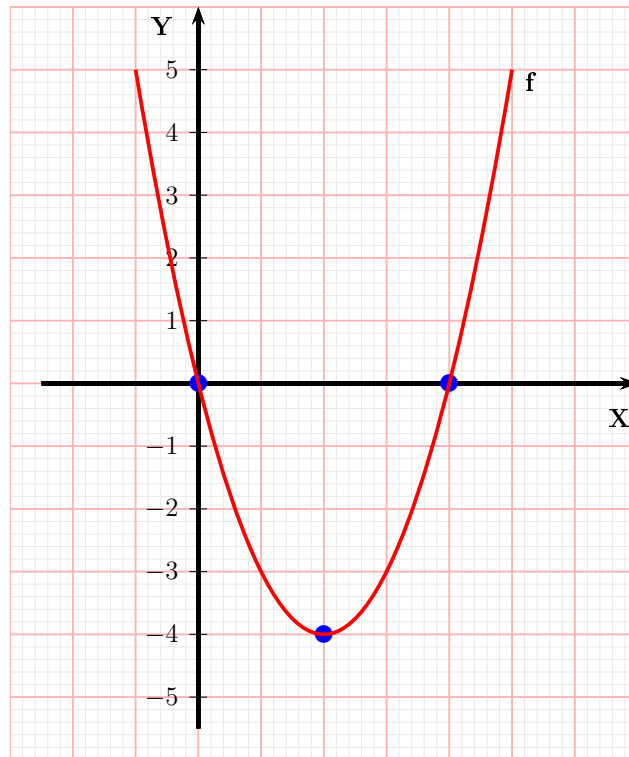
Intervalo	Tasa Mensual
De 0 hasta 10 litro(s) de residuos por día	R\$ 6,14
Más de 10 hasta 20 litros de residuos por día	R\$ 12,27
Más de 20 hasta 30 litros de residuos por día	R\$ 18,41
Más de 30 hasta 60 litros de residuos por día	R\$ 36,82
Más de 60 litros de residuos por día	R\$ 61,36

- 5 3. Clasifique cada función como “par”, “impar” o “ni par ni impar”.
- (a) $f(x) = x^2 + 1$
 - (b) $g(x) = \frac{x^3}{6}$
 - (c) $h(x) = (x + 1)^2$
 - (d) $r(x) = \sqrt[5]{x}$
 - (e) $q(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$
- 9 4. Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$ y $C = \{11, 3, 27, 35\}$, y las funciones: $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$, tales que $f(x) = 2x + 1$ y $g(x) = x^2 + 2$, construya el diagrama de flechas de f y g y calcule:
- (a) $(g \circ f)(-1)$
 - (b) $(g \circ f)(1)$
 - (c) $(g \circ f)(2)$
 - (d) $(g \circ f)(x)$
- 11 5. Dadas las funciones reales de variable real $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = x + 1$ y $h(x) = 3x + 2$, determine:
- (a) $(h \circ g \circ f)(8)$
 - (b) $(f \circ g \circ h)(1)$
 - (c) $(f \circ h \circ g)(0)$
 - (d) $(g \circ h \circ f)(-1)$
 - (e) $(h \circ g \circ f)(x)$
 - (f) $(f \circ g \circ h)(x)$
 - (g) $(f \circ h \circ g)(x)$
 - (h) $(g \circ h \circ f)(x)$
- 12 6. Las funciones $f(x) = x^2 + bx$ y $g(x) = ax + 4b$ se interceptan en el punto $(-2, 0)$.
- (a) Determine las constantes reales a y b .
 - (b) Calcule $(f \circ g)(x)$
- 14 7. El número y de pies de eucalipto plantados en una región, en función del área x reforestada, en metros cuadrado, es dado por $y = \frac{x}{2}$. El área x , en metros cuadrado, en función del tiempo t transcurrido, en horas, para la preparación de la tierra y la plantación, es dado por $x = 6t$.
- (a) Todo el proceso de preparación de la tierra y de la plantación demoró 1.200 h. ¿Cuántos pies de eucalipto fueron plantados?
 - (b) Escriba una ecuación que exprese el número de pies de eucalipto plantados en función del tiempo t , en horas.

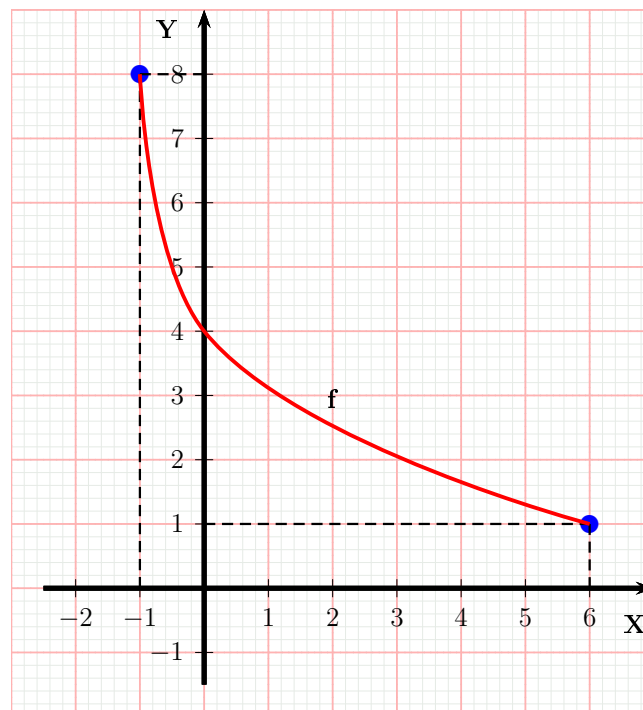
- 16 8. Clasifique, si es posible, cada una de las funciones abajo, f, g, h e i , como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.



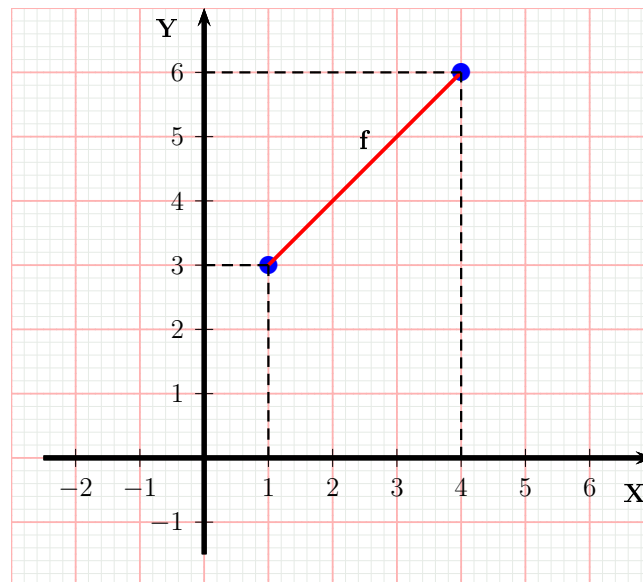
- 17 9. Sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow [-4, +\infty[$ representa el gráfico abajo, clasifique la función como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.



- 18 10. Sabiendo que la función $f : [-1, 6] \rightarrow [1, 8]$ representa el gráfico abajo, clasifique la función como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.



- 19 11. Sabiendo que la función $f : [1, 4] \rightarrow [0, 6]$ representa el gráfico abajo, clasifique la función como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.



Ejercicios Complementarios

2] 12. Clasifique cada función a seguir como “par”, “impar” o “ni par ni impar”.

(a) $s(x) = x^6 + x^2$

(d) $u(x) = \frac{x^3}{x-1}$

(b) $t(x) = x^5 + x$

(c) $p(x) = \sqrt{x}$

(e) $v(x) = \sqrt[3]{x} + x$

8] 13. Siendo $f(x) = kx + 1$ tal que $(f \circ f)(x) = 4x + 1$, determine la constante real k .

9] 14. Considerando las funciones $f(x) = x + 3$ y $g(x) = x^2 - 2x + 2$, determine el valor de x de modo que $(f \circ g)(x) = 2$.

12] 15. Dado los conjuntos:

$$A = \{3, -3, 1, 2\}$$

$$B = \{8, 0, 3\}$$

$$C = \{0, 1, 2\}$$

$$D = \{5, 8, 11, 7\}$$

$$E = \{0, 1, 4, 9\}$$

$$F = \{0, 1, 2, 3\}$$

Clasifique cada función a seguir como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.

(a) $f : A \rightarrow B$ tal que $f(x) = x^2 - 1$.

(b) $g : C \rightarrow D$ tal que $g(x) = 3x + 5$.

(c) $h : E \rightarrow F$ tal que $h(x) = \sqrt{x}$.

14] 16. Sabiendo que la función $f : [2, 5] \rightarrow [a, b]$ tal que $f(x) = 3x + 6$ es biyectiva, determine los números reales a y b .

17] 17. Las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, en cada ítem a seguir, son invertibles? ¿Por qué?

(a) $f(x) = x^2 + 5$

(b) $f(x) = x + 3$

18] 18. Considerando que cada una de las afirmaciones abajo es una ley de asociación de una función biyectiva, obtenga la ley de asociación de la inversa de cada una.

(a) $y = 7x + 1$

(b) $f(x) = \frac{x+2}{1-x}$

(c) $g(x) = \sqrt{x}$

(d) $h(x) = 5 + \sqrt[3]{x} - 3$

19] 19. Sea la función $f : [0, +\infty[\rightarrow]-\infty, 9]$ tal que $f(x) = 9 - x^2$.

(a) Esboce el gráfico de f .

- (b) Como la función es biyectiva, f es invertible. Determine la ley de asociación de f^{-1} .
- (c) Esboce el gráfico de f^{-1} .

23 20. Admita los siguientes datos sobre las condiciones ambientales de una comunidad, con una población p , en millares de habitantes:

1. C , la tasa media diaria de monóxido de carbono en el aire, en partes por millón, corresponde a $C(p) = 0,5p + 1$;
2. En determinado tiempo t , en un año p , será igual a $p(t) = 10 + 0,1t^2$.

En relación a la tasa C :

- (a) Expresela en función del tiempo;
- (b) Calcule en cuantos años esa tasa será de 13,2 partes por millón.