

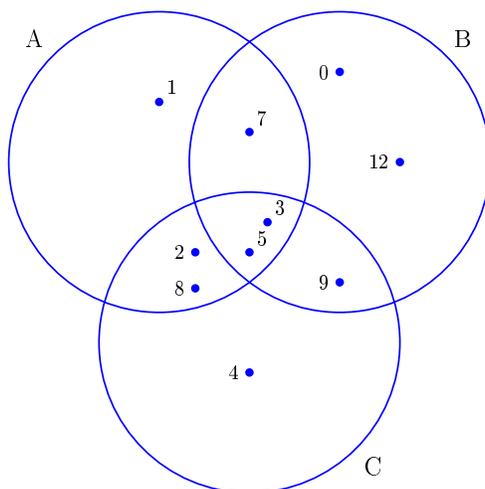
# Ejercicios de Conjuntos

MarioProfe

5 de marzo de 2024

Los números encerrados en cuadrillos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

1. Represente en la forma por extensión cada uno de los conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  del diagrama:



2. Represente cada conjunto en la forma por extensión.

(a)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 = 9\}$

(f)  $F = \{x \in \mathbb{Z} | \frac{1}{x} = 0\}$

(b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \geq 0\}$

(g)  $G = \{x \in \mathbb{N} | 56 < x \leq 118\}$

(c)  $C = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 > 0\}$

(h)  $H = \{x \in \mathbb{Z} | x < 0\}$

(d)  $D = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 \leq 0\}$

(i)  $I = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 70\}$

(e)  $E = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 < 0\}$

3. Clasifique como finito o infinito cada uno de los conjuntos siguientes:

(a)  $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

(b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x < 50\}$

(c)  $C = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 = 9\}$

$$(d) D = \{x \in \mathbb{Z} | x \cdot 0 = 0\}$$

$$(e) E = \{x \in \mathbb{N} | x \cdot 0 = x\}$$

4. Represente por medio de una propiedad el conjunto:

$$A = \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

5. Haga una lista con todos los subconjuntos de:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

6. Determinar  $P(A)$  (número de subconjuntos de  $A$ ) en cada uno de los ítems a seguir.

$$(a) A = \{5, 8\}$$

$$(b) A = \{6\}$$

$$(c) A = \emptyset$$

7. ¿Cuántos subconjuntos posee el conjunto?

$$E = \{a, e, i, o, u\}$$

8. Determine los números  $x$  y  $y$ , sabiendo que:

$$\{1, 2, x\} = \{3, y, 2\}$$

9. Sean respectivamente  $\mathcal{P}(A)$  y  $\mathcal{P}(B)$  los conjuntos de las partes (subconjuntos) de dos conjuntos finitos  $A$  y  $B$  cualquiera. Sabiendo que  $A$  posee un elemento más que  $B$ , clasifique como verdadera (V) o falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones.

(a)  $\mathcal{P}(A)$  posee un elemento más que  $\mathcal{P}(B)$

(b)  $\mathcal{P}(A)$  posee dos elementos más que  $\mathcal{P}(B)$

(c)  $\mathcal{P}(A)$  posee el doble de elementos que  $\mathcal{P}(B)$

(d)  $\mathcal{P}(A)$  posee el triple de elemento que  $\mathcal{P}(B)$

(e) Uno de los conjuntos  $\mathcal{P}(A)$  y  $\mathcal{P}(B)$ , puede tener un número impar de elementos.

10. Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} | -4 < x \leq 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} | 3 \leq x \leq 8\}$$

Determine:

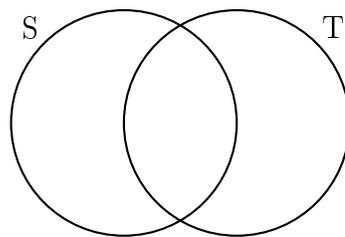
(a)  $A \cup B$

(b)  $A \cap B$

(c)  $A \cup D$

- (d)  $A \cap D$
- (e)  $A \cup B \cup D$
- (f)  $A \cap B \cap C$
- (g)  $A \cap B \cap C \cap D$
- (h)  $(A \cup D) \cap (B \cap C)$
- (i)  $(A \cap D) \cup (B \cap C)$

13. Sabiendo que  $S \cap T = \{a, b, d\}$ ,  $S = \{a, b, c, d\}$  y  $S \cup T = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ , represente en el diagrama abajo los conjuntos  $S$  y  $T$ .



14. Sabiendo que  $A \cap B = \{2, 5\}$ ,  $B = \{2, 5, 9\}$  y  $A \cup B = \{2, 3, 5, 8, 9\}$ , represente los conjuntos  $A$  y  $B$  por medio de un diagrama.

15. Represente los conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 5, 12\}$ ,  $B = \{1, 2, 7, 8, 11\}$  y  $C = \{2, 4, 5, 8, 9\}$  por medio de un diagrama.

16. Cada uno de los siguientes amigos Igor, Carla, Tiago, Janice y Leandro tocan por lo menos uno de estos instrumentos: piano o violín o saxofón.

- Apenas Igor y Carla tocan los tres instrumentos.
- Tiago toca piano y violín.
- Janice toca violín y saxofón.
- Leandro toca apenas piano.

Considere este grupo de amigos y representalos en la forma extensiva:

- (a) El conjunto de las personas que tocan piano o violín.
- (b) El conjunto de las personas que tocan piano y violín.
- (c) El conjunto de las personas que tocan apenas saxofón.

17. Si  $A, B, C, D$  y  $F$  son conjuntos cualquier tal que  $A \cap B = D$  y  $A \cap C = F$ . entonces los conjuntos  $A \cap (B \cap C)$  es igual a:

- (a)  $D \cap F$
- (b)  $D \cup F$
- (c)  $D$
- (d)  $F$
- (e)  $\emptyset$

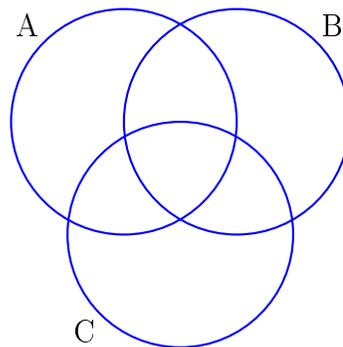
19] 16. Dados los conjuntos  $E = \{3, 8, 6, 4\}$ ,  $F = \{1, 2, 3, 8, 6, 4, 9\}$  y  $G = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ , determine:

- $F - E$
- $G - E$
- $(E \cup G) - F$
- $(F - G) \cup (G - F)$
- $\complement_F E$
- $\complement_F (E \cap G)$
- $\complement_F G$
- $\complement_E E$
- $\complement_F \emptyset$

20] 17. Sabiendo que:

- $A \cap B \cap C = \{0, 6, 8\}$
- $A \cap B = \{0, 6, 8, 1\}$
- $A \cap C = \{0, 6, 8, 12\}$
- $B \cap C = \{0, 6, 8, 2, 3\}$
- $B - A = \{2, 3\}$
- $C - B = \{12\}$
- $A - B = \{12, 15\}$

Represente los conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  en un diagrama como este:



22] 18. Brasil esta dividido en cinco regiones.

Considerando los conjuntos:

$A = \{x | x \text{ es un estado de la región Sur o de la región Nordeste de Brasil}\}$  y

$B = \{y | y \text{ es un estado de la región Nordeste o de la región Sudeste de Brasil}\}$ :

- Determine cuales estados componen el conjunto  $A - B$
- Determine cuales estados componen el conjunto  $B - A$
- Determine los conjuntos  $\complement_A B$  y  $\complement_A A$

- 24] 19. De una encuesta realizada por el Ministerio de Turismo con 2.200 entrevistados, puede concluirse que:
- 816 de los entrevistados estuvieron en la región Nordeste de Brasil;
  - 602 de los entrevistados estuvieron en la región Norte de Brasil;
  - 206 de los entrevistados estuvieron en las dos regiones.
- ¿Cuántas de las personas entrevistadas nunca estuvieron en ninguna de las dos regiones?
- 25] 20. Un funcionario del departamento de Recursos Humanos de una industria automovilística, analizando el currículum de 47 candidatos a puestos de trabajo, concluye que apenas 3 de ellos nunca habían trabajado en montaje o pintura, 32 habían trabajado en montaje, y 17 habían trabajado en los dos sectores. ¿Cuántos de esos candidatos habían trabajado apenas en pintura?
- 26] 21. Una fábrica de motocicletas realizó una encuesta de mercado con 400 jóvenes mayores de edad, concluyendo que:
- 283 de los entrevistados habían conducido automóviles;
  - 127 de los entrevistados habían conducido motocicletas;
  - 67 de los entrevistados no habían dirigido ninguno de los dos tipos de vehículo.
- ¿Cuántos de los jóvenes entrevistados habían dirigido los dos tipos de vehículos?
- 27] 22. En una empresa, 60 % de los funcionarios tiene más de 20 años de edad y 64 % tiene menos de 40 años de edad. ¿Cuál es el porcentaje de funcionarios de esa empresa con más de 20 y menos de 40 años de edad?
- 28] 23. Cada uno de los 51 profesores de una escuela da clases en por lo menos una de las tres secciones  $A$ ,  $B$  y  $C$ , que la escuela posee. La distribución de clases a los profesores fue hecha de modo que:
- 32 profesores dieran clases en la sección  $A$ ;
  - 30 profesores dieran clases en la sección  $B$ ;
  - 29 profesores dieran clases en la sección  $C$ ;
  - 17 profesores dieran clases en las secciones  $A$  y  $B$ ;
  - 18 profesores dieran clases en las secciones  $A$  y  $C$ ;
  - 13 profesores dieran clases en las secciones  $B$  y  $C$ .
- ¿Cuántos profesores dan clases en las tres secciones?
- 29] 24. Clasifique cada una de las siguientes afirmaciones como verdadera (V) o falsa (F).
- |                         |                         |                                  |                          |                              |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| (a) $-5 \in \mathbb{N}$ | (c) $-3 \in \mathbb{Z}$ | (e) $0 \in \mathbb{Q}$           | (g) $6,5 \in \mathbb{Q}$ | (i) $-3 \in \mathbb{Q}$      |
| (b) $5 \in \mathbb{N}$  | (d) $3 \in \mathbb{Z}$  | (f) $\frac{4}{5} \in \mathbb{N}$ | (h) $3 \in \mathbb{Q}$   | (j) $5,66... \in \mathbb{Q}$ |
- 30] 25. Obtenga una fracción generatriz de cada una de los decimales periódicos:

(a) 4, 222222...

(b) 5, 6464646464...

31 26. Determine el menor número que pertenece a cada uno de los siguientes conjuntos.

(a)  $A = \{x \in \mathbb{N} | x > 3\}$

(b)  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x > 3\}$

(c)  $C = \{x \in \mathbb{Q} | x > 3\}$

32 27. Clasifique como racional o irracional el número representado en cada uno de los ítems abajo:

(a)  $\sqrt{3}$

(c)  $\sqrt[3]{8}$

(e)  $5 + \sqrt{3}$

(g)  $5\sqrt[3]{8}$

(i)  $\frac{4}{3} - 7\sqrt[3]{5}$

(b)  $\sqrt{9}$

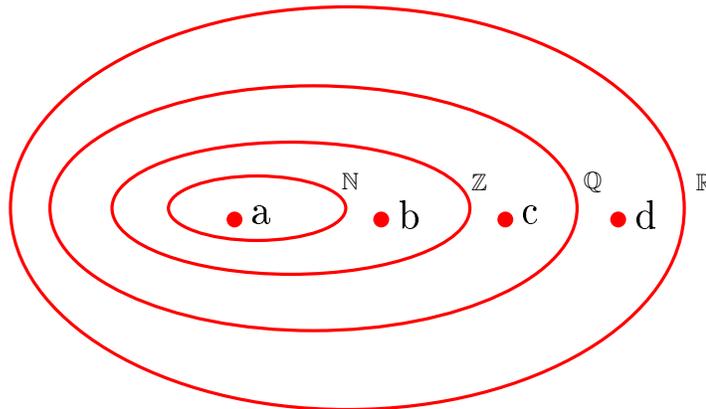
(d)  $\sqrt[3]{5}$

(f)  $2\sqrt[3]{5}$

(h)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(j)  $\pi + \frac{1}{2}$

33 28. Cada una de las letras  $a, b, c$  y  $d$ , en el diagrama, representa un único número del conjunto  $\{\sqrt{7}, -9, 0, \frac{5}{6}\}$ . Determine el valor que cada una de esas letras representa.



37 29. Clasifique como verdadera (V) o falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones.

(a) Todo número entero es natural

(b) Todo decimal no periódico es un número irracional.

(c) Todo decimal es un número irracional.

(d) Todo decimal periódico es un número racional.

(e) Todo número que puede ser representado en la forma decimal es real.

(f) Números reales son solamente aquellos que pueden ser representados por la razón entre dos números enteros.

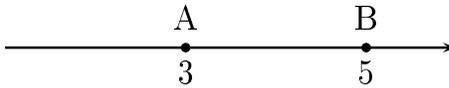
(g) El producto de un número racional cualquiera por un número irracional es racional.

(h) El producto de un número racional cualquiera por un número irracional es irracional.

(i) El opuesto de un número irracional es irracional.

(j) El inverso de un número irracional es un número irracional.

- 39] 30. El número asociado a cada punto del eje real es llamado de abscisa del punto. De esta forma, los puntos  $A$  y  $B$  representados en el eje real abajo tienen abscisas 3 y 5, respectivamente.



La distancia  $d$  entre  $A$  y  $B$ , también llamada longitud del segmento  $\overline{AB}$ , es la diferencia entre las abscisas de  $A$  y  $B$ , la mayor menos la menor, esto es:  $d = 5 - 3 = 2$

Generalizando esa idea para cualquier segmento de recta contenido en el eje real:

- (a) Calcule la distancia entre los puntos  $C$  y  $D$  de abscisas 5 y 15, respectivamente.  
 (b) Calcule la distancia entre los puntos  $E$  y  $F$  de abscisas -4 y 4, respectivamente.  
 (c) Calcule la distancia entre los puntos  $G$  y  $H$  de abscisas  $\frac{3}{2}$  y  $\frac{23}{4}$ , respectivamente.  
 (d) Determine la abscisa del punto medio del segmento  $\overline{IJ}$ , en que  $I$  y  $J$  tienen abscisas 5 y 9, respectivamente.  
 (e) Determine la abscisa del punto medio del segmento  $\overline{KL}$ , en que  $K$  y  $L$  tienen abscisas  $-\frac{1}{5}$  y 8, respectivamente.  
 (f) Determine la abscisa del punto medio del segmento  $\overline{MN}$ , en que  $M$  y  $N$  tienen abscisas  $m$  y  $n$ , respectivamente, con  $m < n$ .
- 40] 31. Dados los intervalos:  $A = [4, 12]$ ,  $B = ]9, 19[$ ,  $C = ]0, 8]$  y  $D = ]-\infty, 14]$ , determine:

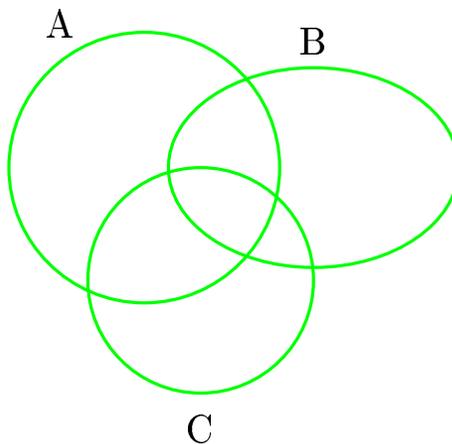
- |                |                                  |
|----------------|----------------------------------|
| (a) $A \cap B$ | (e) $\complement_c C$            |
| (b) $A \cup B$ | (f) $A \cup B \cup C$            |
| (c) $B - D$    | (g) $A \cap B \cap C$            |
| (d) $D - B$    | (h) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ |

- 41] 32. Sean  $A = ]3, 9]$  y  $B = ]5, +\infty[$ . Sabiendo que un número  $x$  pertenece a  $A \cap B$ , podemos concluir que  $x$  no pertenece al intervalo:

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| (a) $[9, +\infty[$ | (d) $] - \infty, 9[$ |
| (b) $]8, +\infty[$ |                      |
| (c) $[7, 9]$       | (e) $[10, 15]$       |

## Ejercicios Complementarios

- 1 33. Represente los conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 8, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 8\}$  y  $C = \{0, 1, 3, 7, 9\}$  en un diagrama como este:



- 4 34. ¿Cuántos subconjuntos posee un conjunto con 8 elementos?
- 5 35. Un conjunto  $F$  posee exactamente 128 subconjuntos. ¿Cuál es el número de elementos de  $F$ ?
- 7 36. Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son conjuntos en que  $n(A) = 25$ ,  $n(B) = 18$ ,  $n(C) = 27$ ,  $n(A \cap B) = 9$ ,  $n(B \cap C) = 10$ ,  $n(A \cap C) = 6$  y  $n(A \cap B \cap C) = 4$  (siendo  $n(X)$  el número de elementos del conjunto  $X$ ), determine el valor de  $n((A \cup B) \cap C)$ .
- 8 37. Considerando los conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de tal forma que  $A \cup B = \{1, 2\}$  y  $A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$ , el conjunto  $A \cup (B \cup C)$  será igual a:
- (a)  $A$  (c)  $\{3, 4\}$  (e)  $\emptyset$   
 (b)  $A \cup B$  (d)  $A \cup C$
- 10 38. Dado los conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ ;  $C - A = \{7, 8, 9\}$ ;  $C - B = \{3, 8, 9\}$  y  $A \cap B \cap C = \{4\}$ , el número de elementos del conjunto  $C$  es:
- (a) 6 (b) 7 (c) 5 (d) 4
- 16 39. Obtenga la fracción generatriz de cada decimal periódico a seguir:
- (a)  $3,2555555\dots$  (b)  $2,123333333\dots$
- 22 40. Si  $\alpha$  denota un número irracional y  $r$  un número racional no nulo, clasifique como verdadero ( $V$ ) o falso ( $F$ ) cada una de las afirmaciones siguientes, para cualquier  $\alpha$  y  $r$  en las condiciones enunciadas:

- (a)  $r\alpha$  es un número irracional.
- (b)  $\frac{r}{\alpha}$  es un número racional.
- (c)  $\frac{\alpha}{r}$  es un número irracional.
- (d)  $\alpha + r$  es un número racional.
- (e)  $\alpha - r$  es un número irracional.

**24** 41. Sabiendo que  $x$ ,  $y$  y  $z$  son números reales y  $(2x + y - z)^2 + (x - y)^2 + (z - 3)^2 = 0$ , entonces  $x + y + z$  es igual a:

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 5
- (d) 6
- (e) 7

**25** 42. Siendo  $A$ ,  $B$  y  $C$  intervalos reales tales que  $A \cup B = ]-5, 8[$  y  $A \cup C = [-3, 11[$ , determine  $A \cup (B \cap C)$ .

**30** 43. La Cámara de Diputados se reúne de manera extraordinaria para decidir sobre la instalación de dos Comisiones Parlamentarias de Investigación (CPIs): la del **caso 1** y la del **caso 2**. De los 320 diputados presentes, 190 votaron a favor de la instalación del (CPI) sobre el **caso 1**; 200 por la instalación del (CPI) del **caso 2**; 90 votaron a favor de la instalación de las dos comisiones; y  $x$  diputados fueron contrarios a la instalación de ambas comisiones (CPIs). El número de  $x$  diputados que votaron en contra de la instalación de ambas comisiones (CPIs) es de:

- (a) 160
- (b) 90
- (c) 70
- (d) 50
- (e) 20

**31** 44. La Secretaría de Salud de un determinado Estado, observó en estudios recientes, que el número de personas con dolencias como la gripe y dengue había asustado bastante a la población de dicho Estado. En investigaciones realizadas en un universo de 700 personas, se constató que 10 % tuvieron gripe y dengue, 30 % tuvieron apenas gripe, y 50 % tuvieron gripe o dengue. El número de personas que apenas tuvieron dengue es:

- (a) 350
- (b) 280
- (c) 210
- (d) 140
- (e) 70