

# Ejercicios de Función Logarítmica

MarioProfe

11 de abril de 2024

Los números encerrados en cuadrillos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

**01** 1. Calcule los siguientes Logaritmos.

(a)  $\log_2 256$

(d)  $\log_{\frac{3}{2}} \frac{16}{81}$

(g)  $\log_{\frac{8}{27}} \frac{16}{81}$

(b)  $\log_7 \frac{1}{49}$

(e)  $\log 10000$

(h)  $\log \sqrt[5]{100}$

(c)  $\log_{\frac{5}{2}} \frac{125}{8}$

(f)  $\log_{256} 128$

(i)  $\log_{0,5} 0,125$

**03** 2. Calcule los logaritmos a seguir sabiendo que  $\log_3 2 = 0,63$ .

(a)  $\log_3 8$

(b)  $\log_3 \frac{1}{16}$

(c)  $\log_3 \sqrt[3]{4}$

**03** 3. Si  $x = \log_3 2$ , entonces  $9^{2x} + 81^{\frac{x}{2}}$  es igual a:

(a) 12

(c) 18

(e) 48

(b) 20

(d) 36

**08** 4. Los indicadores  $R_1$  y  $R_2$ , en la escala de Richter, de dos terremotos están relacionados por la fórmula  $R_1 - R_2 = \log N$ , en que  $N$  mide la razón entre las energías liberadas por los dos terremotos. Suponiendo que hubo un terremoto correspondiente a  $R_1 = 8$  y otro correspondiente a  $R_2 = 5$ , entonces  $N$  es igual a:

(a)  $\log \frac{5}{8}$

(b)  $\frac{8}{5}$

(c)  $\log_3 10$

(d) 3

(e)  $10^3$

**10** 5. El tiempo  $n$ , medido en años, para que un capital de US \$ 1.000,00, colocado a una tasa de interés compuesto de 10 % al año, produzca un monto de US \$ 1.430,00, es:

(a)  $n = \log_{1,43} 1,1$

(b)  $n = \log_{1,1} 1,43$

- (c)  $n = \log_{1,43} 1$
- (d)  $n = \log_{1,1} 1, 1$
- (e)  $n = \log_{1,1}(1, 43)^2$

12] 6. Sabiendo que  $\log_6 11 = 1,34$  y  $\log_6 2 = 0,37$ , calcule:

- (a)  $\log_6 22$
- (b)  $\log_6 \frac{2}{11}$
- (c)  $\log_6 5, 5$
- (d)  $\log_2 11$
- (e)  $\log_{11} 2$
- (f)  $\log_6 16$

14] 7. Determine  $x$  tal que  $x = \log_7 25 \cdot \log_5 7$ .

16] 8. La expectativa de vida, medida en años en una determinada región de una persona que nació a partir de 1900 en el año  $x$  ( $x \geq 1900$ ), es dada por la fórmula  $L(x) = 12(199 \log x - 651)$ . Considerando  $\log 2 = 0,3$ , una persona de esa región que nació en el año 2000 tendrá una expectativa de vida de:

- (a) 48,7 años
- (b) 54,6 años
- (c) 64,5 años
- (d) 68,4 años
- (e) 72,3 años

17] 9. Estudios sobre la desertificación de una determinada región mostraron que la área desértica, que hoy es de  $50 \text{ Km}^2$ , aumenta  $2,4\%$  al año. ¿En cuanto tiempo el área de ese desierto se doblará? (Adopte  $\log_2 = 0,301$ ).

20] 10. Calcule:

- (a)  $\ln e$
- (b)  $\ln e^4$
- (c)  $\ln \frac{1}{e}$

21] 11. Adoptando las aproximaciones:  $\ln 2 = 0,6$  y  $\ln 3 = 1,1$ , calcule:

- (a)  $\ln 6$
- (b)  $\ln 1,5$
- (c)  $\ln \sqrt{12}$
- (d)  $\log_6 e$

23] 12. Si el agua de un estanque se evapora a una tasa del  $15\%$  mensual. ¿En cuantos meses quedará reducida a la tercera parte?

(Datos:  $\ln \frac{1}{3} = -1,10$ ;  $\ln(0,85) = -0,16$ )

25] 13. Clasifique como creciente o decreciente cada una de las siguientes funciones:

- (a)  $f(x) = \log_9 x$
- (b)  $g(x) = \log_{0,4} x$
- (c)  $h(x) = \log_{\frac{\pi}{3}} x$

$$(d) t(x) = \log_{\frac{\pi}{4}} x$$

26 14. Clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) las afirmaciones siguientes, siendo  $\{a, b\} \in \mathbb{R}_+^*$ .

$$(a) \log_3 x = \log_3 5 \Leftrightarrow x = 5$$

$$(b) \log_3 a > \log_3 b \Leftrightarrow a > b$$

$$(c) \log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b$$

$$(d) \log_{0,7} a < \log_{0,7} b \Leftrightarrow a > b$$

$$(e) \log_{\sqrt{1,5}} a \geq \log_{\sqrt{1,5}} b \Leftrightarrow a \geq b$$

28 15. Determine el dominio de las siguientes funciones logarítmicas:

$$(a) f(x) = \log_7(5x - 6)$$

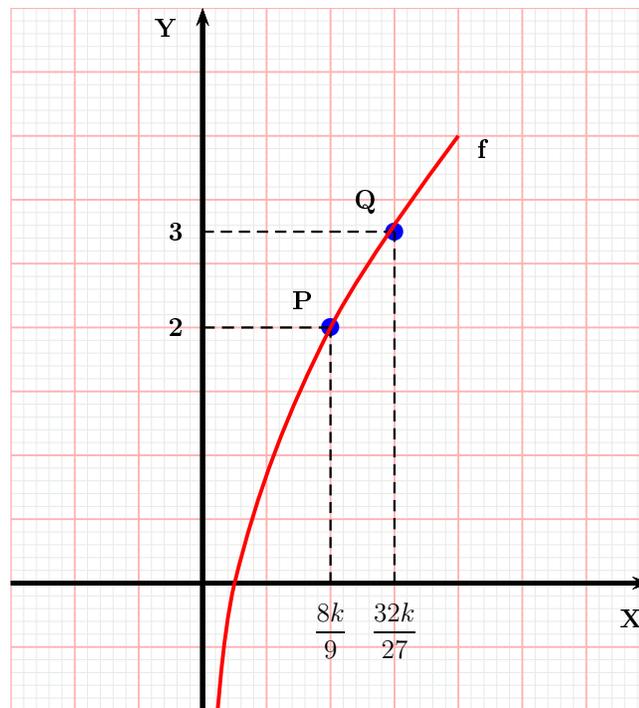
$$(b) g(x) = \log(x^2 - 5x + 6)$$

$$(c) u(x) = \log_{2x-2}(4 - x^2)$$

$$(d) t(x) = \log_5 \frac{2x - 6}{x - 2}$$

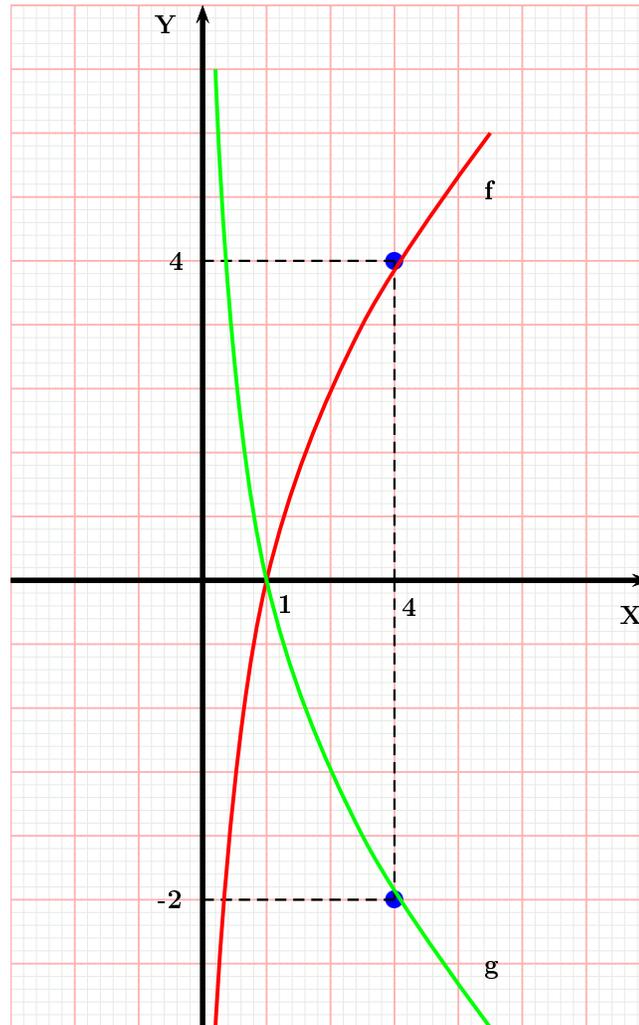
$$(e) h(x) = \log_3(9 - x^2) + \log_6(3 - x)$$

33 16. El gráfico siguientes muestra los puntos  $P$  y  $Q$  de la función  $f(x) = \log_b x$ , en que  $b$  es un número real positivo y diferente de 1. Determine los números reales  $b$  y  $k$ .



- 34 17. Los gráficos  $f$  y  $g$  abajo, representan, respectivamente, las funciones  $f(x) = \log_a x$  y  $g(x) = \log_b x$ , en que  $a$  y  $b$  son números reales positivos y diferentes de 1. Clasifique como creciente o decreciente cada una de las funciones:

- (a)  $h(x) = \log_{ab} x$   
 (b)  $p(x) = \log_{2a-b} x$



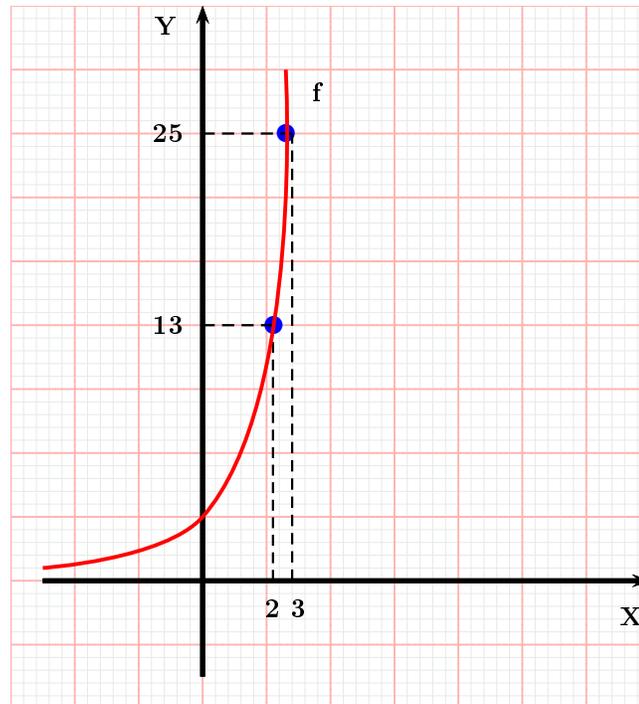
- 35 18. La inversa de la función  $f(x) = \log_3 2 + \log_3(x + 6)$  es:

- (a)  $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 2}{6}$       (c)  $f^{-1}(x) = \frac{3^x}{2} - 6$       (e)  $f^{-1}(x) = 3^x - 12$   
 (b)  $f^{-1}(x) = \frac{12^{x-3}}{6}$       (d)  $f^{-1}(x) = \frac{6^x - 3}{2}$

36] 19. Siendo  $e$  el número de Neper y  $A$  un subconjunto de  $\mathbb{R}$ , la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow A$ , definida por  $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$ , es biyectiva. La inversa de  $f$  es:

- (a)  $y = \ln(x - 1)$                       (c)  $y = 2 \ln(x + 1)$                       (e)  $y = \ln\left(\frac{1}{x - 1}\right)$   
 (b)  $y = \ln(2x - 2)$                       (d)  $y = \ln \sqrt{x} - 1$

38] 20. El gráfico abajo representa la función  $f(x) = a \cdot 2^x + b$ , en que  $a$  y  $b$  son constantes reales. Determine la ley de asociación de la función  $f^{-1}$ .



40] 21. Un capital de US \$ 1.000,00 fue colocado bajo interés compuesto a una tasa del 20 % anual.

- (a) Escriba la ley que expresa el monto  $f(x)$  en función del tiempo  $x$  de la colocación.  
 (b) Indique la ley que expresa el tiempo  $g(x)$  en función del monto  $x$  acumulado por la colocación.  
 (c) ¿Cuál es la inversa de la función  $f(x)$  obtenida en el ítem (a)?

42] 22. Resuelva en  $\mathbb{R}$  las siguientes ecuaciones:

- (a)  $\log_3(5x - 6) = 2$   
 (b)  $\log_7(9x - 1) = \log_7(4 - 2x)$   
 (c)  $\log_2(2x) + \log_2(3x + 4) = 6$   
 (d)  $\log_3(8x + 1) - \log_3(x - 1) = 2$

$$(e) \log_{1,5}(x - 0,5) + \log_{1,5}(x + 0,25) = \log_{1,5}(x^2 - 1,75) + 1$$

$$(f) \ln(x - 1) + \ln(x + 2) = \ln 4$$

45] 23. Si  $x$  es un número real,  $x > 2$  y  $\log_2(x - 2) - \log_4 x = 1$ , entonces el valor de  $x$  es:

$$(a) 4 - 2\sqrt{3}$$

$$(c) 2 + 2\sqrt{3}$$

$$(e) 2 + 4\sqrt{3}$$

$$(b) 4 - \sqrt{3}$$

$$(d) 4 + 2\sqrt{3}$$

46] 24. En una plantación de una cierta especie de árbol, las medidas aproximadas de la altura y del diámetro del tronco, desde el instante en que los arboles son plantados hasta que completan 10 años, son dadas respectivamente por las siguientes funciones:

- Altura:  $H(t) = 1 + (0,8) \cdot \log_2(t + 1)$

- Diámetro del tronco:  $D(t) = (0,1) \cdot 2^{\frac{t}{7}}$  con  $H(t)$  y  $D(t)$  en metros y  $t$  en años.

(a) Determine las medidas aproximadas de la altura, en metros, y del diámetro del tronco en centímetros de los arboles en el momento que son plantados.

(b) La altura de un árbol es de 3,4 m. Determine el diámetro aproximado del tronco de ese árbol en centímetros.

42] 25. Resuelva en  $\mathbb{R}$  las siguientes inecuaciones:

$$(a) \log_3(3x - 1) > 2$$

$$(b) \log_{0,8}(5 - 2x) \leq \log_{0,8}(x - 1)$$

$$(c) \log_4(x - 1) + \log_4(3x - 1) \geq 2$$

$$(d) \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > \log_{\frac{1}{2}} 3$$

$$(e) \ln(2x - e) + \ln x > 2, \text{ en que } e \text{ es el número de Neper.}$$