

Ejercicios de Funciones Trigonométricas

MarioProfe

9 de mayo de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

- 01** 1. Esboce el gráfico de cada función.
- (a) $y = 2 \operatorname{sen} x$
 - (b) $y = -2 \operatorname{sen} x$
 - (c) $y = 5 + 2 \operatorname{sen} x$
 - (d) $y = -1 + 2 \operatorname{sen} x$
 - (e) $y = -4 - 2 \operatorname{sen} x$
 - (f) $y = 4 \operatorname{cos} x$
 - (g) $y = 3 + 4 \operatorname{cos} x$
- 02** 2. Esboce el gráfico de cada función.
- (a) $y = \operatorname{sen} 4x$
 - (b) $y = 2 + 3 \operatorname{sen} 2x$
 - (c) $y = -1 + 2 \operatorname{sen} \frac{x}{2}$
 - (d) $y = \operatorname{cos} 4x$
 - (e) $y = 1 - 2 \operatorname{cos} 2x$
 - (f) $y = 2 \operatorname{cos} \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$
 - (g) $y = -2 + \operatorname{cos} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$
- 03** 3. Determine el período de las siguientes funciones.
- (a) $y = 8 \operatorname{sen} x$
 - (b) $y = \operatorname{sen} 8x$
 - (c) $y = \operatorname{sen} \frac{x}{8}$

(d) $y = \cos(-3x)$

(e) $y = 2 + 3 \operatorname{sen}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

(f) $y = 2 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right)$

04 4. Obtenga el conjunto imagen de cada una de las siguientes funciones.

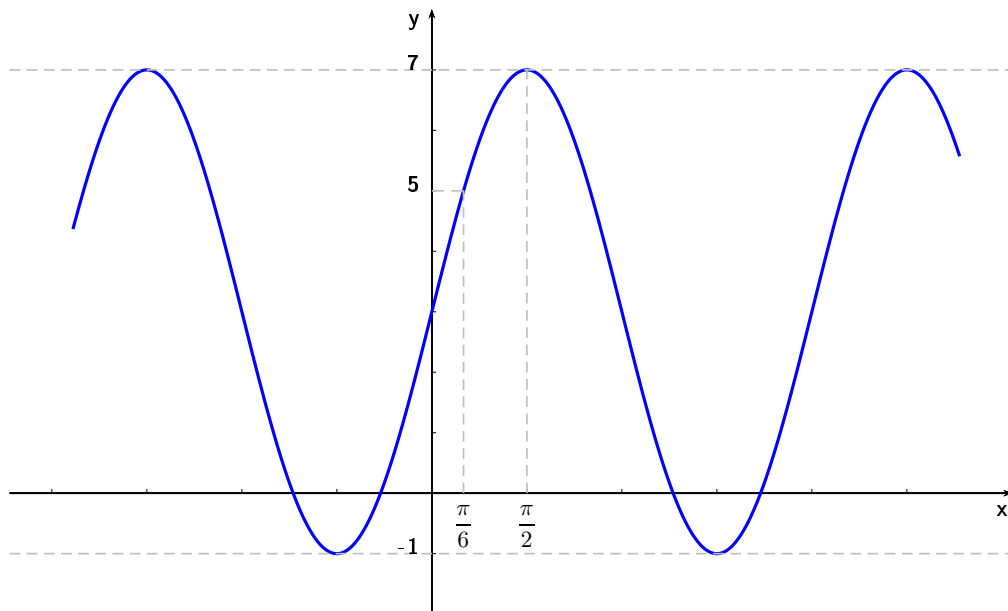
(a) $y = 10 \operatorname{sen} x$

(b) $y = -10 \operatorname{sen} x$

(c) $y = 3 + 2 \cos x$

(d) $y = -4 + 5 \cos \frac{x}{2}$

06 5. El gráfico de la función $y = a + b \cdot \operatorname{sen} x$ es:



07 6. Esboce el gráfico de las siguientes funciones:

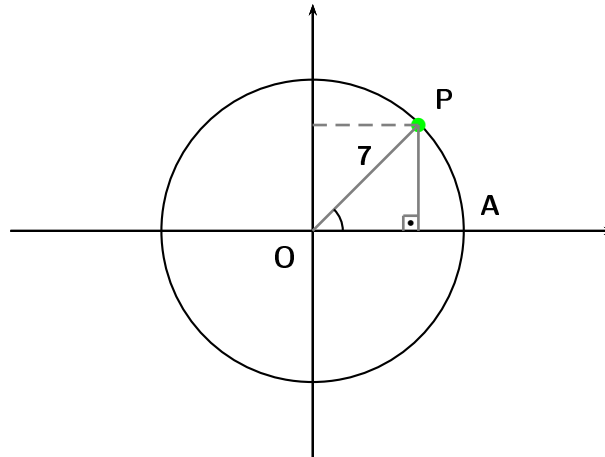
(a) $y = |1 + 3 \cos x|$

(b) $y = |-2 + 3 \operatorname{sen} x|$

(c) $y = 1 + |\operatorname{sen} 2x|$

(d) $y = -2 + \left|\cos \frac{x}{2}\right|$

- 12 7. En el plano cartesiano, considere una circunferencia de 7 cm de radio, centrada en el origen del sistema, en un punto P girando sobre esa circunferencia en el sentido anti-horario, con velocidad constante de 30 rpm. Este punto describe una vuelta completa en la circunferencia cada $\frac{1}{30}$ min. Al describir el mismo movimiento en intervalos consecutivos y de igual duración, decimos que el movimiento de ese punto es periódico.



Los movimientos periódicos pueden ser descritos por funciones trigonométricas. Considerando que en el instante cero el punto P , este en el punto $A(7, 0)$, las coordenadas del punto P , en función del tiempo t , en minutos, son dadas, respectivamente por:

- (a) $f(t) = 7 \cos(6\pi t)$ y $g(t) = 7 \sin(6\pi t)$
- (b) $f(t) = 7 \cos \frac{\pi t}{6}$ y $g(t) = 7 \sin \frac{\pi t}{6}$
- (c) $f(t) = 7 \cos \frac{\pi t}{60}$ y $g(t) = 7 \sin \frac{\pi t}{60}$
- (d) $f(t) = 7 \cos(60\pi t)$ y $g(t) = 7 \sin(60\pi t)$
- (e) $f(t) = 7 \cos(\pi t)$ y $g(t) = 7 \sin(\pi t)$

- 13 8. Un pistón realiza un movimiento periódico en el interior de un cilindro, recorriendo 16 cm en la subida y 16 cm en el descenso del mismo, tal que cada oscilación completa de 32 cm (subida y descenso) es realizada por el pistón en $\frac{1}{60}$ min.

Considerando que en el instante cero el pistón está subiendo y que su cabeza (tapa) está a 8 cm de la base del cilindro, la función que describe la altura $f(t)$, alcanzada por la cabeza del pistón en relación a la base, en función del tiempo, en minutos, es:

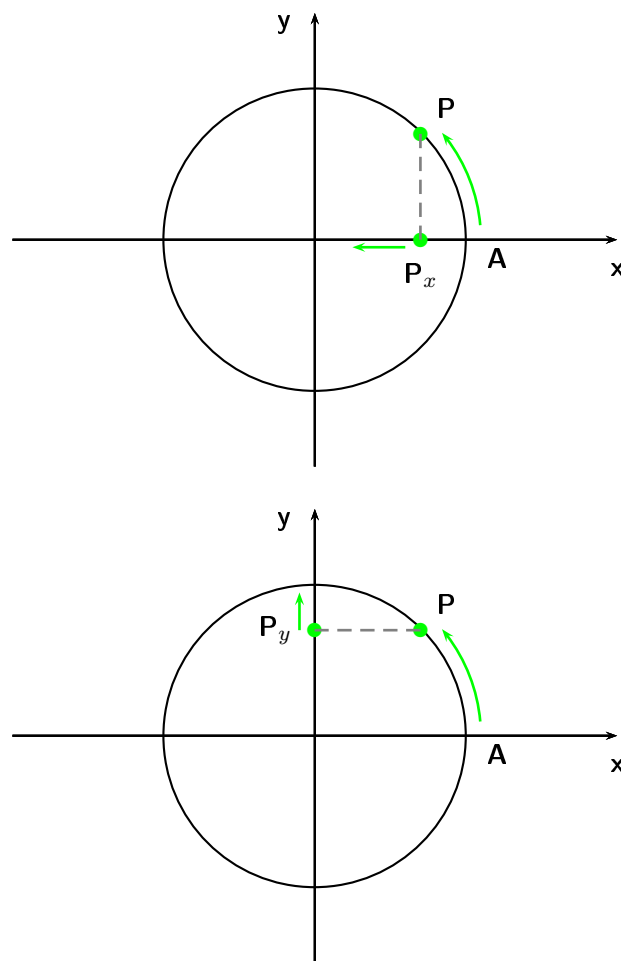
- (a) $f(t) = 8 \cos(60\pi t)$
- (b) $f(t) = 16 \cos(60\pi t)$

(c) $f(t) = 8 \cos(120\pi t)$

(d) $f(t) = 8 \sin(120\pi t)$

(e) $f(t) = 16 \cos\left(\frac{\pi t}{60}\right)$

- 15] 9. Cuando un punto P gira con velocidad constante, repetidas veces, sobre una circunferencia, la proyección ortogonal de P sobre cualquiera de uno de los ejes coordenados, realiza un movimiento periódico de vaivén llamado de Movimiento Harmónico Simple (MHS). En las figuras abajo, P_x y P_y representan respectivamente las proyecciones ortogonales de P sobre los ejes de las abscisas y de las ordenadas.



Considere 5 cm para la medida del radio de la circunferencia y que el punto P gire en el sentido anti-horario, completando una vuelta a cada 3 s. Determine las funciones f y g que describen respectivamente los movimientos de P_x y P_y siendo t la medida del tiempo en segundos, tal que en el instante cero P , este en el punto $A(5, 0)$.

- 17] 10. Determine el dominio y el conjunto imagen de cada función:
- (a) $y = \operatorname{tg} 4x$
 - (b) $y = 5 \operatorname{tg} \frac{3x}{2}$
 - (c) $y = 4 + \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{5}\right)$
- 18] 11. Esboce el gráfico de las siguientes funciones:
- (a) $y = \operatorname{tg} 4x$
 - (b) $y = -\operatorname{tg} 4x$
 - (c) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
- 19] 12. Calcule el período de cada función:
- (a) $y = \operatorname{tg} 6x$
 - (b) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{6}$
 - (c) $y = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$
- 20] 13. Obtenga el dominio y el conjunto imagen de cada función:
- (a) $y = \operatorname{cotg} 2x$
 - (b) $y = \operatorname{cotg} \frac{x}{3}$
- 21] 14. Esboce el gráfico de:
- (a) $y = \operatorname{cotg} \frac{x}{2}$
 - (b) $y = -2 + \operatorname{cotg} x$
- 22] 15. Determine el dominio y el conjunto imagen de cada función.
- (a) $y = \operatorname{cosec} 2x$
 - (b) $y = 2 + \operatorname{cosec} \frac{x}{2}$
- 23] 16. Obtenga los valores reales de k para los cuales existe la igualdad: $k - 2 \operatorname{cosec} x = 5$.
- 24] 17. Esboce el gráfico de las siguientes funciones:
- (a) $y = 3 + \operatorname{cosec} x$
 - (b) $y = -\operatorname{cosec} x$
 - (c) $y = | -2 + \operatorname{cosec} x |$
- 25] 18. Obtenga el dominio y el conjunto imagen de las siguientes funciones:
- (a) $y = \operatorname{sec} 4x$
 - (b) $y = 2 \operatorname{sec} \frac{x}{2}$

27 19. Calcule:

(a) $\arcsen \frac{1}{2}$

(e) $\arcsen \frac{\sqrt{2}}{2}$

(b) $\arcsen \left(-\frac{1}{2}\right)$

(f) $\arcsen \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

(c) $\arcsen 1$

(g) $\arcsen 2$

(d) $\arcsen(-1)$

(h) $\arcsen(\sqrt[3]{5})$

28 20. Obtenga el valor de $\sec \left[\arcsen \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$

29 21. Encuentre el valor de $\operatorname{tg} \left(2 \arcsen \frac{1}{2} \right)$

30 22. ¿Cual es el valor de $\cos \left(\arcsen \frac{12}{13} \right)$?

31 23. Determine $\cos \left(2 \arcsen \frac{2}{3} \right)$.

33 24. ¿Cual es el valor de la expresión: $\cos \left(\arcsen \frac{3}{5} + \arcsen 1 \right)$?

34 25. Resuelva en \mathbb{R} la ecuación $\operatorname{sen} x = \frac{2}{7}$.

36 26. Calcule:

(a) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

(e) $\arccos \frac{1}{2}$

(b) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

(f) $\arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$

(c) $\arccos 1$

(d) $\arccos(-1)$

(g) $\arccos \frac{3}{2}$

37 27. ¿Cual es el valor de $\operatorname{cosec} \left[\arccos \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$?

38 28. Obtenga el valor de $\operatorname{sen} \left(\arccos \frac{15}{17} \right)$.

39 29. Encuentre el valor de $\operatorname{sen} \left(2 \arccos \frac{1}{3} \right)$.

- 40 30. ¿Cual es el dominio de la función $y = \arccos 4x$?
- 41 31. Determine el valor de la expresión $\operatorname{tg} \left[\arccos \frac{4}{5} + \arccos(-1) \right]$.
- 42 32. Encuentre el valor de $\cos \left[\arccos \frac{12}{13} + \arccos \left(-\frac{3}{5} \right) \right]$.
- 43 33. Resuelva en \mathbb{R} la ecuación $\cos x = \frac{2}{3}$.
- 44 34. Calcule:
- (a) $\operatorname{arctg} 1$
 - (b) $\operatorname{arctg}(-1)$
 - (c) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$
 - (d) $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$
- 45 35. Obtenga el valor de $\cos [\operatorname{arctg} \sqrt{3}]$.
- 46 36. Encuentre el valor de $\operatorname{sen} [2 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})]$.
- 47 37. ¿Cual es el valor de $\sec(\operatorname{arctg} \sqrt{5})$?
- 48 38. Determine $\cos(2 \operatorname{arctg} 2)$.
- 50 39. Encuentre el valor de $\operatorname{tg}[\operatorname{arctg} 5 + \operatorname{arctg} 2]$.