Ejercicios de Matrices

MarioProfe

29 de mayo de 2024

> Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

Concepto de Matriz

$\boxed{02}$ 1. Una red comercial esta formada por 5 tiendas, numeradas del 1 al 5. La tabla abajo muestra la facturación, en US $, de cada tienda en los primeros días de enero:

$$\begin{pmatrix} 1.950 & 2.030 & 1.800 & 1.950 \\ 1.500 & 1.820 & 1.740 & 1.680 \\ 3.010 & 2.800 & 2.700 & 3.050 \\ 2.500 & 2.420 & 2.300 & 2.680 \\ 1.800 & 2.020 & 2.040 & 1.950 \end{pmatrix}$$

Cada elemento a_{ij} de esa matriz es la facturación de la tienda i en el día j.

(a) ¿Cual fue la facturación de la tienda 3 en el día 2?

(b) ¿Cual fue la facturación de esta red de tiendas en el día 3?

(c) ¿Cual fue la facturación de la tienda 1 en los cuatro días?

$\boxed{04}$ 2. Siendo I_2 la matriz identidad de orden 2, determine el número real x tal que:

$$I_2 = \begin{pmatrix} x^2 - 15 & 0 \\ 0 & x - 3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{06}$ 3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, determine las matrices:

(a) A^t

(b) $(A^t)^t$

07 4. Obtenga los valores reales de x y y de modo que la matriz a continuación sea nula.

$$\begin{pmatrix} 3x+y-7 & 0 & 0 \\ 0 & 5x-y-1 & 0 \end{pmatrix}$$

08 5. Sabiendo que las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} x^2-2 & 5 \\ x+6 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, obedecen a la condición $A^t = B$, se concluye que x es un número:

(a) impar positivo

(b) impar negativo

(c) par positivo

(d) par negativo

(e) racional no entero

Adición y Sustracción de Matrices

09 6. Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -9 \\ 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 8 & 6 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$

Determine:

(a) $A + B$

(b) $2A - B$

(c) $3A - \frac{1}{2} \cdot C^t$

10 7. Determine la matriz X tal que:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix} + X = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

11 8. Determine las matrices X y Y tal que:

$$X + Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } X - Y = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

12 9. Dos regiones, A y B, son productoras de arroz y soja. Sus producciones, en tres años consecutivos, son descritas por las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 11 \\ 15 & 20 & 18 \end{pmatrix}$, respectivamente y son regidas bajo las siguientes convenciones:

- El arroz y la soja son denominados “grano 1” y “grano 2”, respectivamente.

- Los años considerados, en orden creciente, son numerados por 1, 2 y 3;
- En cada matriz, el elemento x_{ij}, representa la producción, en millones de toneladas, del grano i en el año j.

(a) ¿Cual fue la producción de arroz de la región A en el año 3?

(b) ¿Cual fue la producción de arroz de la región B en el año 3?

(c) ¿Cual fue la producción de arroz de las dos regiones en el año 3?

(d) Represente por una matriz C la producción anual de ambos granos en las dos regiones en el período considerado.

(e) Construya una matriz D que compare la producción anual de ambos granos de la región A con la de la región B, en el período considerado.

Multiplicación de Matrices

13 10. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$, determine si es posible:

(a) $A \cdot B$

(b) $A \cdot C$

(c) $B \cdot C$

(d) A^2

(e) B^2

(Observación: $A^2 = A \cdot A$)

14 11. Siendo las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, determine:

(a) $A \cdot B$

(b) $B \cdot A$

(c) $A \cdot I_3$

(d) $I_2 \cdot A$

(e) $B \cdot C$

15 12. Observando la resolución de los ejercicios anteriores, clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) Si P y Q son matrices cualesquiera de forma tal que existan los productos PQ y QP, entonces $PQ = QP$.

(b) Si P es una matriz cualquiera del tipo m x n, entonces: $P \cdot I_n = P$ y $I_m \cdot P = P$

(c) Si el producto de dos matrices, P y Q, es igual a la matriz nula, entonces por lo menos una de las matrices, P o Q, es nula.

$\boxed{17}$ 13. El valor de a para que la igualdad $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ sea verdadera es:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) -2 (e) -1

$\boxed{18}$ 14. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \end{pmatrix}$, obtenga la matriz X tal que $A \cdot X = B$.

$\boxed{20}$ 15. Observe en la resolución del ejercicio anterior que la ecuación matricial resultó en un sistema de ecuaciones. De manera análoga:

(a) Escriba el sistema de ecuaciones correspondiente a:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

(b) Escriba la ecuación matricial correspondiente a cada uno de los sistemas:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 10 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 3x - 2y + 2z = 8 \end{cases}$$

Matrices Inversas

$\boxed{21}$ 16. Obtenga, si existe, la inversa de cada matriz.

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$