Ejercicios de Otras Razones Trigonométricas, Adición de Arcos y Resolución de Triángulos

MarioProfe

6 de mayo de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

$\boxed{01}$ 1. Calcule:

(a) $\operatorname{cotg} 45°$ (b) $\sec 0°$ (c) $\operatorname{cosec} 270°$

$\boxed{03}$ 2. Siendo $\sec x = 3$ y $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, calcule $\operatorname{cosec} x$.

$\boxed{04}$ 3. Dado que $\operatorname{cotg} x = 4$ y $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcule $\sec x$.

$\boxed{05}$ 4. Resuelva las ecuaciones para $0 < x < 2\pi$:

(a) $\operatorname{cosec} x = 1$
(b) $\sec x = -1$
(c) $\operatorname{cosec} x = 2$
(d) $\sec x = -2$
(e) $\sec x = \sqrt{2}$
(f) $\operatorname{cosec} x = -\sqrt{2}$

$\boxed{07}$ 5. Si x pertenece al 4º cuadrante y $\sec x = \sqrt{2}$, entonces la expresión $\dfrac{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{cosec} x}{1 + \operatorname{cotg} x - \operatorname{cosec} x}$ es igual a:

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) -2 (e) 2

$\boxed{08}$ 6. Resuelva las inecuaciones en el dominio $U = [0, 2\pi[$.

(a) $\sec x \geqslant 2$ (b) $\operatorname{cosec} x < 2$ (c) $\sec x > -2$

$\boxed{09}$ 7. Un cable de acero estirado une una estaca P del suelo (plano y horizontal), a un punto Q de un poste vertical, con $PQ = 2,6$m. Siendo α la medida del ángulo agudo que el cable de acero forma con el suelo, si se tiene $\operatorname{cosec} \alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Calcule la distancia entre la estaca y el poste.

10 8. Verifique si las siguientes expresiones son o no son identidades en los respectivos universos U.

(a) $5(x+2) = 5x + 10$, en $U = \mathbb{R}$

(b) $6x = 12$, en $U = \mathbb{R}$

(c) $0 \cdot x = 0$, en $U = \mathbb{R}$

(d) $\dfrac{0}{x} = 0$, en $U = \mathbb{R}$

(e) $\dfrac{0}{x} = 0$, en $U = \mathbb{R}^*$

(f) $1x = x$, en $U = \mathbb{R}$

(g) $(x+3)^2 = x^2 + 9$, en $U = \mathbb{R}$

(h) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$, en $U = \mathbb{R}$

(i) $\sqrt{x^2} = |x|$, en $U = \mathbb{R}$

(j) $\sqrt[3]{x^3} = x$, en $U = \mathbb{R}$

12 9. Demuestre que cada una de las igualdades abajo es una identidad en el respectivo universo U.

(a) $\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tg} x = \sec x - \cos x$, en $U = \{x \in \mathbb{R} | \cos x \neq 0\}$

(b) $\operatorname{cosec}^2 x = 1 + \operatorname{cotg}^2 x$, en $U = \{x \in \mathbb{R} | \operatorname{sen} x \neq 0\}$

(c) $\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x = \sec^2 \cdot \operatorname{cosec}^2 x$, en $U = \{x \in \mathbb{R} | \operatorname{sen} x \neq 0 \cos x \neq 0\}$

(d) $\operatorname{sen}^4 x - \cos^4 x = 2 \operatorname{sen}^2 x - 1$, en $U = \mathbb{R}$

13 10. Calcule:

(a) $\cos 75°$

(b) $\operatorname{sen} 15°$

(c) $\operatorname{tg} 75°$

14 11. Demuestre que la expresión:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2 \operatorname{sen} x$$

es una identidad en $\mathbb{R}$.

15 12. Resuelva en $\mathbb{R}$ la ecuación:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$$

17 13. La expresión $\operatorname{sen}(x-y) \cdot \cos y + \cos(x-y) \cdot \operatorname{sen} y$ es equivalente a:

(a) $\operatorname{sen}(2x + y)$

(b) $\cos(2x)$

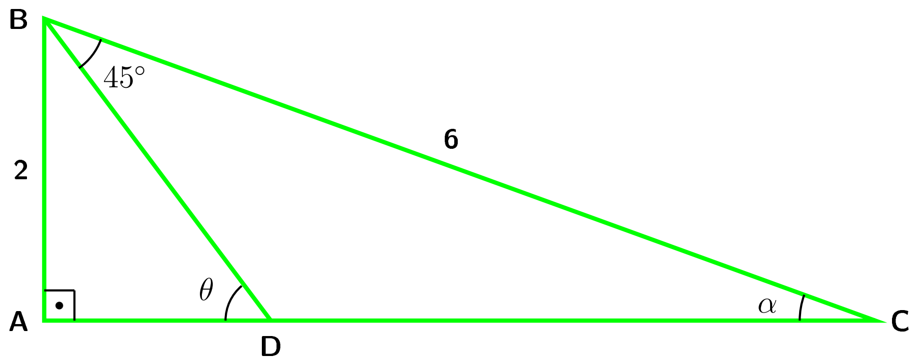
(c) $\operatorname{sen} x$

(d) $\operatorname{sen}(2x)$

(e) $\cos(2x + 2y)$

$\boxed{18}$ 14. Dado $\cos x = \dfrac{5}{13}$, con $\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, calcule el valor de $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

$\boxed{19}$ 15. Determine la medida del segmento $\overline{BD}$ del triángulo rectángulo ABC representado abajo.



$\boxed{22}$ 16. Calcule $\operatorname{sen} 2x$ y $\cos 2x$ sabiendo que $\operatorname{sen} x = \dfrac{1}{3}$ y que $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$.

$\boxed{23}$ 17. Dado que $\operatorname{sen} x = 2\cos x$ y que $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcule $\operatorname{sen} 2x$.

$\boxed{24}$ 18. Calcule $\cos 10x$ sabiendo que $\cos 5x = \dfrac{5}{6}$.

$\boxed{27}$ 19. Siendo $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$, el valor de $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ es:

(a) 1

(b) $\dfrac{1}{2}$

(c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(e) $\dfrac{1}{4}$

$\boxed{27}$ 20. Dado $\cos x = k$, calcule $\cos 3x$ en función de k.

$\boxed{28}$ 21. Sabiendo que $\operatorname{sen} x = a$, calcule $\operatorname{sen} 3x$ en función de a.

$\boxed{31}$ 22. La expresión: $\cos^4 \alpha - \operatorname{sen}^4 \alpha + \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$ es idéntica a:

(a) $2\cos 2\alpha$

(b) $2\operatorname{sen} 2\alpha$

(c) $\cos 2\alpha$

(d) $\operatorname{sen} 2\alpha$

(e) $\cos 2\alpha - \operatorname{sen} 2\alpha$

$\boxed{32}$ 23. Un arco de medidas x tiene una extremidad en el 3º cuadrante de la circunferencia trigonométrica y verifica la ecuación $10\cos 2x + \operatorname{sen} x = 9$. Determine los valores de $\operatorname{sen} x$ y $\cos x$.

$\boxed{34}$ 24. Si $\operatorname{tg}\theta = 2$, el valor de $\dfrac{\cos 2\theta}{1+\operatorname{sen} 2\theta}$ es:

(a) -3

(b) $-\dfrac{1}{3}$

(c) $\dfrac{1}{3}$

(d) $\dfrac{2}{3}$

(e) $\dfrac{3}{4}$

$\boxed{35}$ 25. Dado que $\operatorname{sen}\dfrac{x}{2} = 0,6$ y que $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, calcule $\operatorname{sen} x$.

$\boxed{36}$ 26. Sabiendo que $\operatorname{sen} x = \dfrac{12}{13}$ y que $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, calcule $\cos\dfrac{x}{2}$ y $\operatorname{sen}\dfrac{x}{2}$.

$\boxed{37}$ 27. Calcule el valor de $\cos 22^\circ 30'$

$\boxed{38}$ 28. Dado $\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = 2$. Entonces, $\operatorname{tg} x$ es igual a:

(a) $-\dfrac{3}{5}$

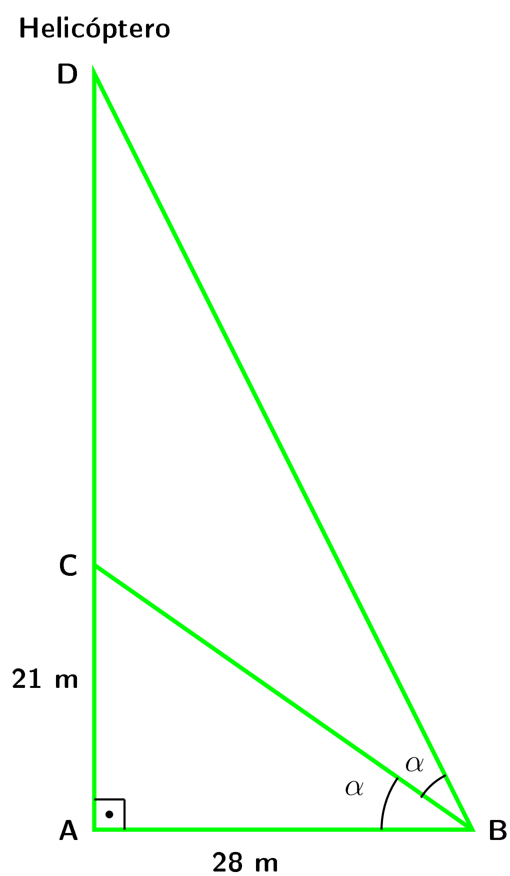
(b) $\dfrac{4}{5}$

(c) $-\dfrac{4}{3}$

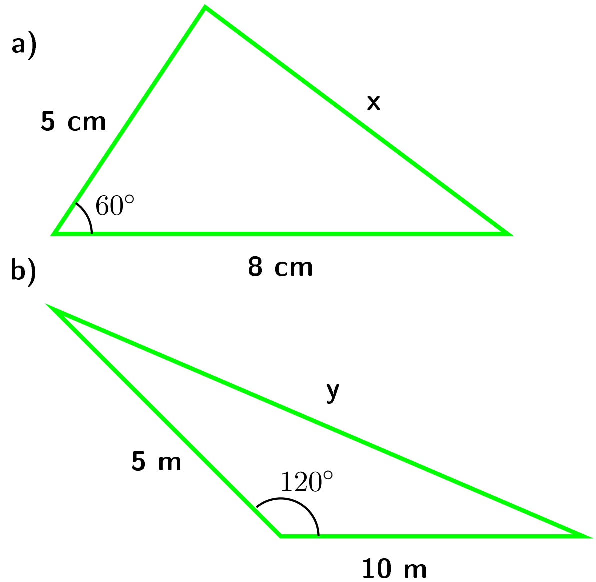
(d) $\dfrac{4}{3}$

(e) $-\dfrac{5}{3}$

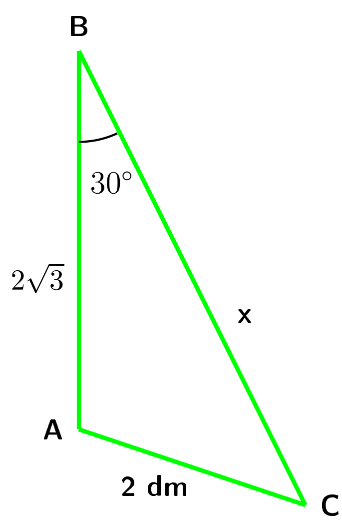
$\boxed{39}$ 29. Un helicóptero, que despega verticalmente a partir de un punto A de una pista plana y horizontal es observado desde un punto B de la pista, localizado a 28 m de A. Al subir 21 m, hasta un punto C, el aparato es visto sobre un ángulo de medida α con la pista y cuando alcanza un punto D, es visto sobre un ángulo de medida 2α, conforme la figura abajo. ¿A que altura, en relación a la pista, está el helicóptero al alcanzar el punto D?.



$\boxed{41}$ 30. Determine las medidas x y y en las figuras abajo:



$\boxed{42}$ 31. Calcule la medida x del lado $\overline{BC}$ del triángulo abajo, observando que el ángulo $B\hat{A}C$ es obtuso.



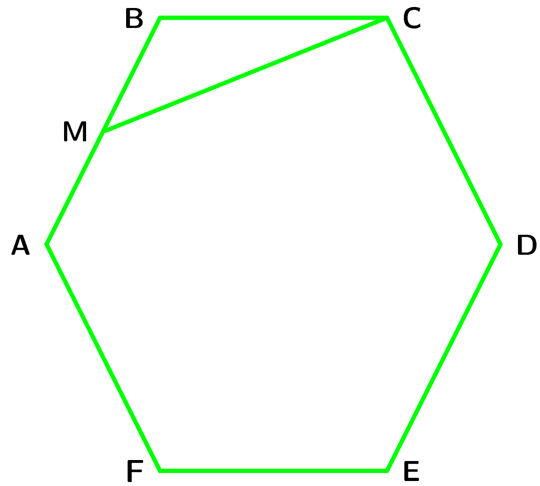
$\boxed{43}$ 32. Los lados de un triángulo miden 4 cm, 5 cm y 7cm.

(a) Calcule el coseno del mayor ángulo interno del triángulo.

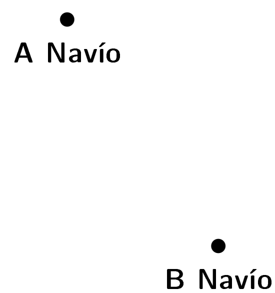
(b) ¿El mayor ángulo interno de ese triángulo es agudo, recto o obtuso?. Justifique su respuesta.

$\boxed{44}$ 33. Dos lados consecutivos de un paralelogramo miden 5 cm y 10 cm y forman entre si un ángulo de 120°. Calcule las medidas de las diagonales de ese paralelogramo.

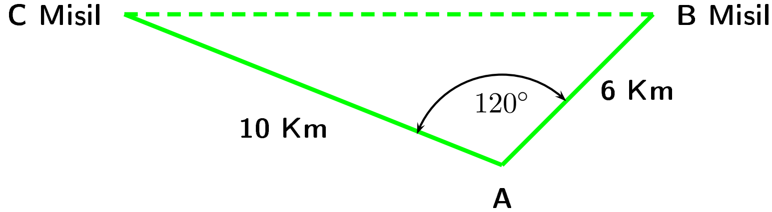
$\boxed{45}$ 34. La figura abajo representa un hexágono regular $ABCDEF$ con 6 cm de lado. Siendo M el punto medio del lado $\overline{AB}$, calcule la medida del segmento $\overline{MC}$.



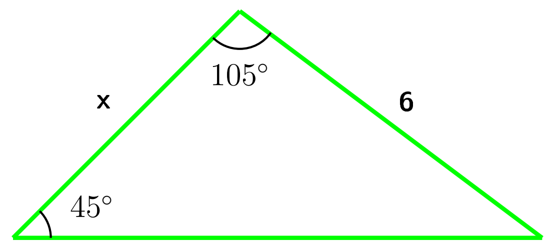
$\boxed{46}$ 35. Dos navíos, A y B, están anclados en las proximidades de un canal. Desde un punto C del canal se observan los dos navíos de modo que $m(A\hat{C}B) = 60°$, $CA = 5$ Km y $CB = 8$ Km. Calcule la distancia entre los dos navíos.



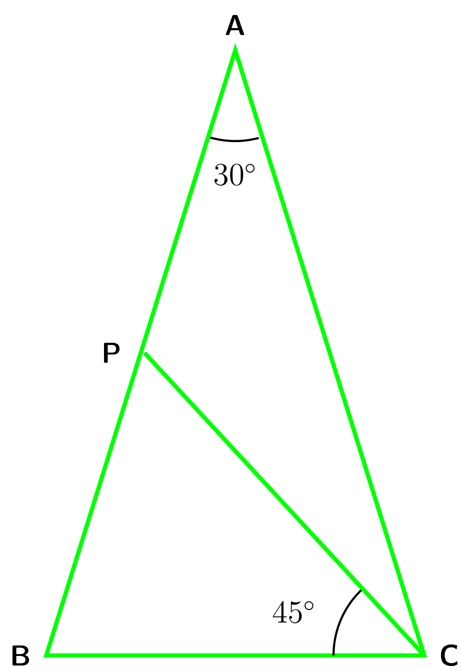
$\boxed{47}$ 36. Un misil en trayectoria rectilínea fue detectado por un radar A en dos puntos, B y C, con $AB = 6$ Km, $AC = 10$ Km y $m(C\hat{A}B) = 120°$. Determine la distancia recorrida por el misil desde el punto B al punto C.



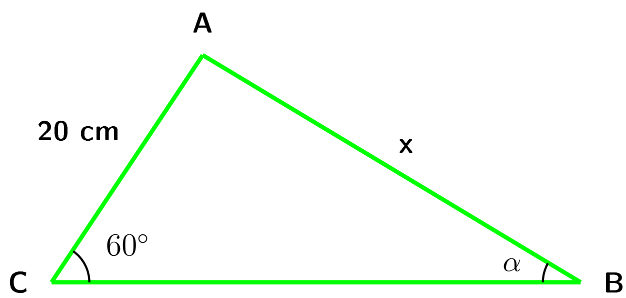
$\boxed{48}$ 37. Determine la medida x en la figura abajo:



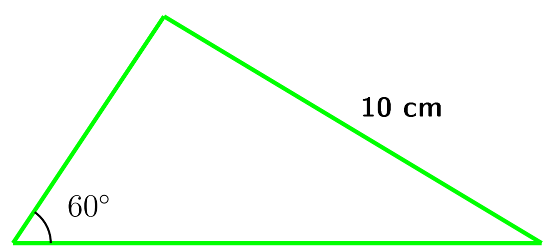
$\boxed{49}$ 38. En el triángulo abajo, $BC = 2$ cm y los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ tienen medidas iguales. Calcule la medida, en centímetros, del segmento $\overline{BP}$.



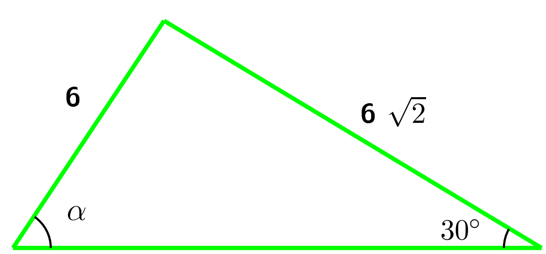
50 39. En el triángulo ABC representado abajo, dado $AC = 20$ cm y $\cos\alpha = 0,6$. Calcule la medida x del lado $\overline{AB}$.



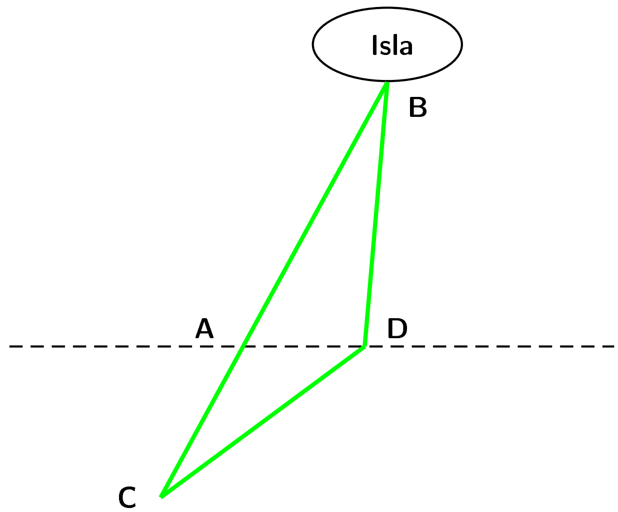
51 40. Calcule la medida del radio de la circunferencia circunscrita al triángulo abajo.



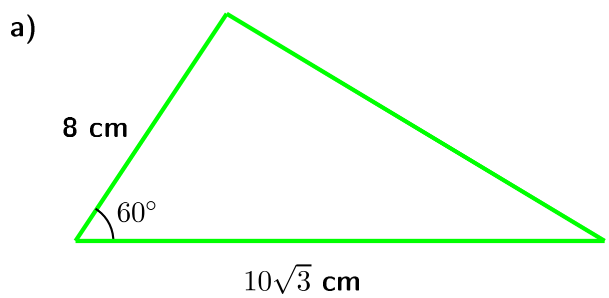
52 41. Determine la medida α del ángulo en el triángulo a seguir.

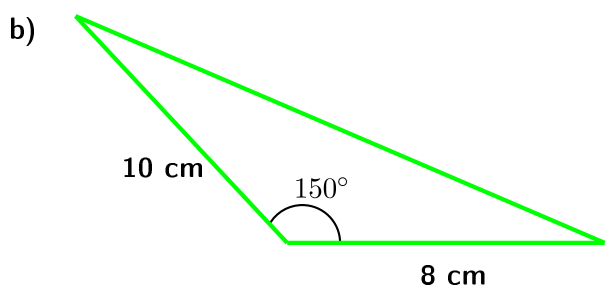


$\boxed{53}$ 42. Para calcular la distancia entre un punto A de una playa y una isla B, un observador se distancia 30 m de A, sobre la recta $\overleftrightarrow{AB}$ hasta el punto C, y después caminó 100 m en linea recta hasta el punto D, conforme muestra la figura abajo. Luego, midió los ángulos $D\hat{C}B$ y $B\hat{D}C$ obteniendo, respectivamente, $40°$ y $110°$. Adoptando la aproximación $\operatorname{sen} 110° = 0,94$. ¿Cual es la distancia entre A y B?

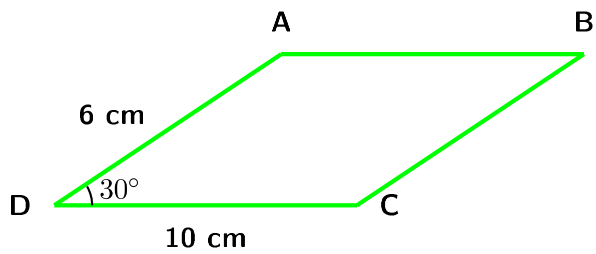


$\boxed{54}$ 43. Calcule el área de cada triángulo.



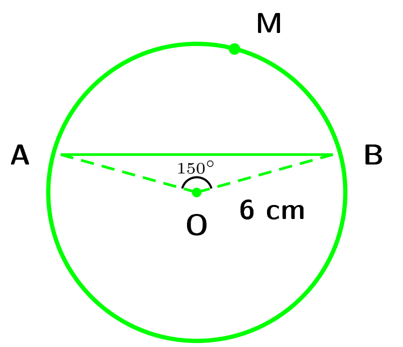


55 44. Calcule el área del paralelogramo $ABCD$:



56 45. En un triángulo ABC de 5 dm^2 de área, tenemos $AB = 4\ dm$ y $AC = 5\ dm$. Calcule la medida del ángulo $B\hat{A}C$.

57 46. Calcule el área del segmento circular AMB en el círculo de centro O y radio igual a 6 cm:



(Nota: Toda cuerda $\overline{AB}$, con $A \neq B$, de un círculo de centro O lo divide en dos regiones llamadas segmentos circulares. Si un segmento circular AMB es menor que el semicírculo, su área es la diferencia entre el área del sector circular $OAMB$ y el área del triángulo AOB).