

Ejercicios de Secuencias, Progresión Aritmética y Progresión Geométrica

MarioProfe

16 de mayo de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

Concepto de Secuencia

- 01** 1. En la secuencia $(5, -4, 8, \sqrt{3}, 6, 6, 6, \dots)$ identifique los términos $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ y a_7 .
- 02** 2. Escriba de la siguiente manera $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$ cada una de las secuencias a seguir.
- (a) (a_n) tal que $a_n = 2n + 5$
 - (b) (a_n) tal que $a_n = n^2 + n$
 - (c) (a_n) tal que $a_n = \frac{n}{n+1}$
 - (d) (a_n) tal que $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 5 + a_n \end{cases}$
 - (e) (a_n) tal que $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 7 \\ a_{n+2} = a_{n+1} - a_n \end{cases}$
- 03** 3. La suma de los n primeros términos de una secuencia $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$ es dada por $S_n = n^2 + n$, para todo número natural n no nulo.
- (a) Calcule la suma de los diez primeros términos de la secuencia.
 - (b) Determine el primer término de la secuencia.
 - (c) Determine el 5^o término de la secuencia.
 - (d) Determine el n -ésimo término, a_n , de la secuencia.

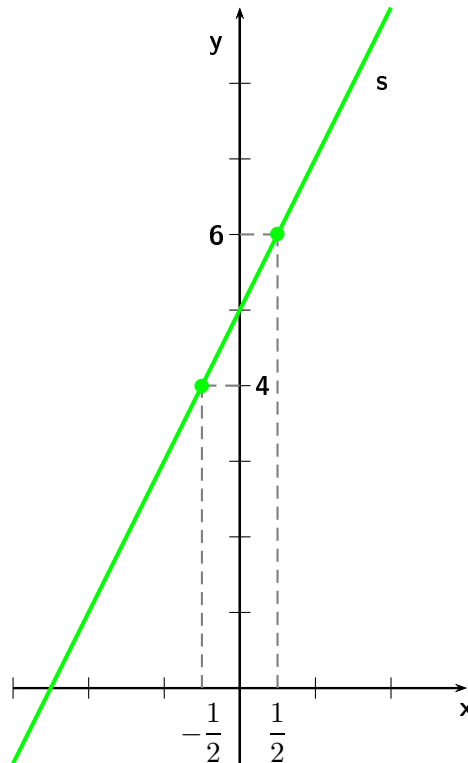
- 07 4. El total de individuos, en la n -ésima generación, de dos poblaciones, P y Q , es dado, respectivamente por $P_n = 4^n$ y $Q(n) = 2^n$. Se sabe que, cuando $\frac{P(n)}{Q(n)} \geq 1.024$, la población Q estará amenazada de extinción. Con base a estas informaciones, esta amenaza de extinción ocurrirá a partir de la:
- (a) décima generación
 - (b) novena generación
 - (c) octava generación
 - (d) séptima generación
 - (e) sexta generación

Progresión Aritmética

- 08 5. Verifique si las secuencias abajo son progresiones aritméticas.
- (a) (7, 9, 11, 13, 15)
 - (b) (2, 4, 8, 16, 32)
 - (c) (30, 25, 20, 15)
 - (d) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ tal que $a_n = 3n - 5$
 - (e) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ tal que $a_n = n^2 + 1$
 - (f) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$ tal que $a_n = \frac{3n}{2} + 1$
 - (g) (a_1, a_2, a_3, a_4) tal que $a_n = \frac{3}{n}$
- 09 6. Calcule la razón de cada una de las progresiones aritméticas:
- (a) (0, 2, 4, 6, 8, ...)
 - (b) (10, 7, 4, 1, -2, ...)
 - (c) $\left(\frac{13}{6}, \frac{17}{12}, \frac{2}{3}, \dots\right)$
 - (d) (-7, -7, -7, -7, ...)
 - (e) $\left(\frac{6}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2 - \sqrt{3}}, 4, \dots\right)$
- 10 7. Considere la Progresión Aritmética (a_1, a_2, a_3, \dots) de razón $r = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ y $a_6 = 1 - \sqrt{2}$. Determine el término a_7 .
- 12 8. Verifique si la secuencia (a_n) tal que $a_n = 3n + 5$ es una Progresión Aritmética.
- 13 9. Clasifique como creciente, decreciente o constante cada una de las progresiones aritméticas a seguir.

- (a) $(4, 7, 10, 13, \dots)$
(b) $(-14, -10, -6, -2, \dots)$
(c) $(28, 20, 12, 4, \dots)$
(d) $(-30, -35, -40, -45, \dots)$
(e) $(6, 6, 6, 6, \dots)$
(f) $(2 - \sqrt{2}, 1, \sqrt{2}, -1 + 2\sqrt{2}, \dots)$
15. Determine el número real x de modo que la secuencia $(1 - x, x - 2, 2x - 1)$ sea una Progresión Aritmética.
17. Determine la Progresión Aritmética creciente de tres términos cuya suma de los tres términos es 6 y el producto de ellos es -10.
18. Determine la Progresión Aritmética creciente de cuatro términos cuya suma de los cuatro términos es 4 y el producto del tercero por el cuarto término es 40.
20. Durante tres meses consecutivos, un inversionista aplicó en un fondo de capitales, colocando un total de \$ 2.790. Sabiendo que las colocaciones, mes a mes, forman una progresión aritmética. ¿Cual fue el valor aplicado en el segundo mes?.
21. Determine el 40^o término de la Progresión Aritmética $(2, 13, 24, 35, \dots)$.
23. Obtenga el término general a_n de la Progresión Aritmética $(2, 8, 14, 20, \dots)$.
25. En la Progresión Aritmética (a_1, a_2, a_3, \dots) de razón $r = 2 - k$, tenemos $a_{11} = 29k - 18$, siendo k un número real. Determine a_1 .
27. ¿Cuántos términos tiene la Progresión Aritmética $(3, 7, 11, \dots, 99)$?
29. En una Progresión Aritmética (a_n) , tenemos $a_1 = \frac{1}{6}$ y $a_{12} = \frac{17}{3}$. Determine la razón de esa Progresión Aritmética.
31. Determine la razón de la Progresión Aritmética (a_n) en que $a_2 + a_3 = 11$ y $a_4 + a_7 = 21$.
33. En una Progresión Aritmética (a_n) , tenemos $a_{20} = 5$ y $a_{32} = 8$. Determine la razón de esa Progresión Aritmética.
36. En cada región especificada por la Agencia Nacional de Telecomunicaciones (Anatel), las frecuencias de las emisoras de radio FM deben variar de 87,9 a 107,9 MHz y la diferencia entre dos frecuencias consecutivas debe ser 0,2 MHz. El número máximo de emisoras FM que pueden funcionar en una misma región determinada por la Agencia es:
- (a) 99 (b) 100 (c) 101 (d) 102 (e) 103

- 38] 22. Considere que a_n es el término general de una progresión aritmética de razón 5 y cuyo primer término es 8. Podemos afirmar que la representación gráfica de los puntos (n, a_n) en el plano cartesiano, con $n \in \mathbb{N}^*$, está contenida en el gráfico de la función afín:
- (a) $y = 3 + 5x$
 - (b) $y = 8 + 5x$
 - (c) $y = 3 + 5x^2$
 - (d) $y = 5 \cdot 5^x$
 - (e) $y = 8 \cdot \log(x + 9)$
- 39] 23. Considere la Progresión Aritmética $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ cuya representación gráfica es formada por los puntos (n, a_n) pertenecientes a la recta s , abajo. Determine la razón r y el término a_{40} de esa progresión.



- 40] 24. En una Progresión Aritmética finita, la suma de los dos primeros términos equidistantes de los extremos es el triple del primer término. Sabiendo que el último término de esta Progresión Aritmética es 36, determine el primer término.
- 42] 25. En una Progresión Aritmética finita con número impar de términos, los términos $a_i = 8$ y $a_j = 12$ son equidistantes de los extremos. Determine el término medio de esta Progresión Aritmética.
- 43] 26. Obtenga x para que la secuencia $(2x - 2, 3x - 1, 2x + 6)$ sea una Progresión Aritmética.

Suma de una Progresión Aritmética

- 44 27. Calcule la suma de los 51 primeros términos de la Progresión Aritmética: (2, 9, 16, 23, ...).
- 46 28. Calcule la suma de los múltiplos positivos de 9, menores que 100.
- 47 29. La letra griega Σ (sigma) es usada en Ciencias Exactas, para indicar una suma. Por ejemplo, la expresión $\sum_{j=1}^5 2j$, que leemos "sumatoria de $2j$, con j variando (en \mathbb{N}) de 1 hasta 5", es calculada transfiriendo los valores 1,2,3,4 y 5 a la variable j de la expresión $2j$ y sumando de esta manera los resultados obtenidos. Es decir, primero obtenemos los valores de $2j$:

$$j = 1 \Rightarrow 2j = 2 \cdot 1 = 2$$

$$j = 2 \Rightarrow 2j = 2 \cdot 2 = 4$$

$$j = 3 \Rightarrow 2j = 2 \cdot 3 = 6$$

$$j = 4 \Rightarrow 2j = 2 \cdot 4 = 8$$

$$j = 5 \Rightarrow 2j = 2 \cdot 5 = 10$$

Y después, sumamos esos valores:

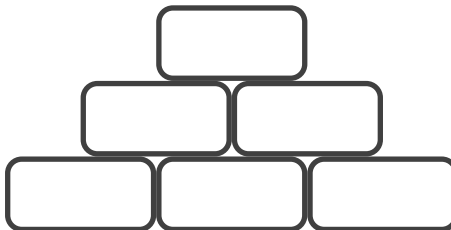
$$\sum_{j=1}^5 2j = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

De acuerdo a con esta idea, calcule:

(a) $\sum_{j=1}^{50} 2j$

(b) $\sum_{j=1}^{40} (3j - 1)$

- 52 30. Con el objetivo de mejorar la iluminación de un ambiente, un arquitecto proyectó parte de una pared con 820 ladrillos de vidrio. Estos ladrillos deben ser dispuestos en la forma de un triángulo, de modo que, a partir de la segunda fila, cada ladrillo se apoye sobre dos ladrillos de la fila anterior hasta el último, que tendrá apenas un ladrillo, conforme la figura abajo que representa las tres últimas filas.



El número de ladrillos de la primera fila debe ser:

- (a) 35 (b) 38 (c) 40 (d) 45 (e) 50

- 53** 31. Estudios realizados en un municipio brasilero mostraron que la deforestación en ese municipio crece vertiginosamente. Cada día son deforestados 4 Ha (Hectáreas) más que el área deforestada el día anterior.
En el primer día de determinado mes fueron deforestados 50 Ha.
- (a) ¿Cuántas hectáreas fueron deforestadas en el 20^o día de ese mes?
(b) ¿Cuántas hectáreas fueron deforestadas en los 20 primeros días de ese mes?
- 54** 32. En el proyecto de realización de una sala de cine, un arquitecto diseñó la planta de la sala de cine con la forma de un trapecio isósceles, colocando la pantalla sobre la base menor de ese trapecio. Las poltronas serán dispuestas en 16 filas paralelas a las bases del trapecio. La primera fila tendrá 20 poltronas y a partir de la segunda, cada fila tendrá 2 poltronas más que la fila anterior. Calcule el número de poltronas de ese cine.

Progresión Geométrica

- 55** 33. Verifique si las secuencias abajo son progresiones geométricas.
- (a) (5, 25, 125, 625)
(b) (3, 6, 9, 12, 15, ...)
(c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}\right)$
(d) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ tal que $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$
(e) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ tal que $a_n = (n - 1)^2$
(f) $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ tal que $a_n = 5^{2-n}$
(g) (a_1, a_2, a_3, a_4) tal que $a_n = (-1)^n \cdot 2^{n-4}$
- 57** 34. Determine la razón de la Progresión Geométrica (a_n) tal que $a_{38} = 15$ y $a_{39} = 5$.
- 59** 35. Dada la progresión geométrica $\left(\dots, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{2-\sqrt{3}}{2}, \dots\right)$, el término que precede inmediatamente el 1 es:
- (a) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ (c) $\sqrt{3}-1$ (e) $1+\sqrt{3}$
(b) $1-\sqrt{3}$ (d) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
- 61** 36. Verifique si es progresión geométrica la secuencia (a_n) , tal que $a_n = 5 \cdot 2^n$.
- 63** 37. En cada balance, una empresa ha presentado un aumento del 10% en su capital. La razón de la progresión formada por los capitales en los balances es:

- (a) 10
- (b) $\frac{11}{10}$
- (c) $\frac{10}{11}$
- (d) $\frac{9}{10}$
- (e) $\frac{1}{10}$

- 64] 38. Determine la Progresión Geométrica creciente de tres términos tal que la suma de los tres términos es 14 y el producto de los tres es 64.
- 65] 39. Determine la Progresión Geométrica creciente de cuatro términos tal que el producto de los cuatro términos es 81 y la suma del segundo con el tercer término es $\frac{15}{2}$.

Fórmula Término General de una Progresión Geométrica

- 68] 40. El 30^o término de la siguiente Progresión Geométrica $\left(\frac{k-1}{k+1}, k-1, k^2-1, \dots\right)$ es:
- (a) $(k^2-1)(k+1)^{29}$
- (b) $(k+1)^{29}$
- (c) $(k-1)(k+1)^{28}$
- (d) $(k+1)^{28}$
- (e) $\frac{(k+1)^{29}}{k-1}$
- 70] 41. Considere la Progresión Geométrica (a_n) de términos no nulos y razón $q = \frac{2}{3}$ tal que $a_6 = a_1 \cdot a_4$.
- 72] 42. ¿Cuántos términos tiene la Progresión geométrica $(243, 81, 27, \dots, \frac{1}{3^{10}})$?
- 74] 43. Interpole 4 medios geométricos entre 1 y 7 en ese orden.
- 76] 44. Determine el 19^o término de la Progresión Geométrica (a_n) de razón $q = \sqrt[6]{2}$ y $a_7 = 10$.
- 78] 45. Los puntos medios de los lados de un cuadrado con 24 cm de perímetro son vértices de un segundo cuadrado. Los puntos medios de los lados de ese segundo cuadrado son vértices de un tercer cuadrado y así sucesivamente, hasta el décimo cuadrado. El área del décimo cuadrado así obtenido, en centímetros cuadrados, es igual a:
- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{3}{512}$
- (c) $\frac{105}{1.024}$
- (d) $\frac{7}{128}$
- (e) $\frac{9}{128}$

- 79 46. Un biólogo está analizando la reproducción de una población de bacterias, que comenzó con 100 individuos. Se considera que la tasa de mortalidad de las bacterias es nula. Los resultados obtenidos, en la primera hora del experimento, son:

Tiempo transcurrido (en minutos)	Número de bacterias
0	100
20	200
40	400
60	800

Suponiendo que las condiciones de reproducción continuen siendo validas en las horas posteriores, después de 4 horas de haberse iniciado el experimento, la población de bacterias será de:

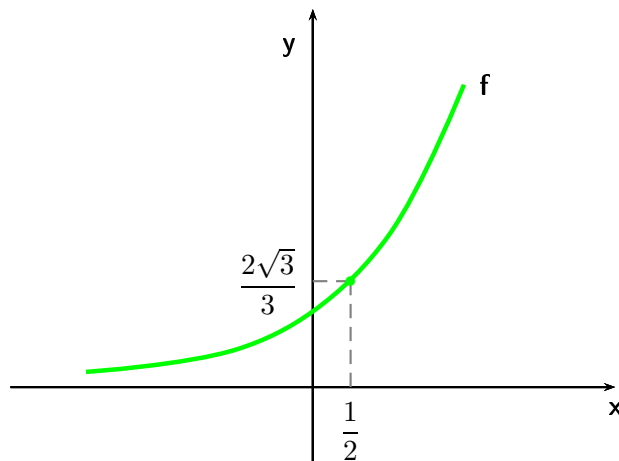
- (a) 51.200 (c) 409.600 (e) 1.638.400
 (b) 102.400 (d) 819.200

Gráfica de una Progresión Geométrica

- 82 47. Considere que a_n , es el término general de una progresión geométrica de razón 3 y primer término 7. Podemos afirmar que la representación gráfica, en el plano cartesiano, de los puntos (n, a_n) , con $n \in \mathbb{N}^*$, está contenida en el gráfico de la función:

- (a) $y = 7 + 3 \log x$ (d) $y = 7^x$
 (b) $y = \frac{3^x}{7}$
 (c) $y = 3^x$ (e) $y = \frac{7}{3} \cdot 3^x$

- 83 48. Considere la Progresión Geométrica $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ cuya representación gráfica es formada por los puntos (n, a_n) pertenecientes al gráfico de la función exponencial $f(x) = k^x$, representado abajo, en que k es una constante real positiva y diferente de 1. Determine la razón q y el término a_{30} de esa Progresión Geométrica.



- 84 49. En una Progresión Geométrica de diez términos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})$, el producto de dos términos equidistantes de los extremos es el cuádruple del primer término. Sabiendo que el primer término de esa Progresión Geométrica es 3, determine la razón de la progresión.
- 86 50. Obtenga x para que la secuencia $(-1, x - 1, 4x - 1)$ sea una Progresión Geométrica.
- 88 51. Para dos números positivos a y c , la secuencia $(a, 4, c)$ es una Progresión Aritmética y la secuencia $(c + 2, 4, a)$ es una Progresión Geométrica. Determine a y c .
- 90 52. La valorización porcentual anual de un apartamento fue la misma en dos años consecutivos. La tabla abajo muestra el valor del inmueble, en función del tiempo, en que el tiempo cero corresponde al inicio de ese período. ¿Cual era el valor del apartamento al final de ese período?

Tiempo (año)	Valor del inmueble (millares de US Dólar)
0	100
1	$x + 30$
2	$2x - 39$

Suma de una Progresión Geométrica

- 92 53. Calcule la suma de los 10 primeros términos de la Progresión Geométrica $(1, 2, 4, 8, 16, \dots)$.
- 94 54. Dada la Progresión Geométrica $(1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)$:
- Calcule la suma de los 50 primeros términos.
 - Calcule la suma de los 51 primeros términos.
- 96 55. Calcule, en función de la variable real k , la suma de los 30 primeros términos de la Progresión Geométrica $(1, k, k^2, k^3, \dots)$.
- 98 56. La suma de los n primeros términos de una Progresión Geométrica es 12.285. Determine n sabiendo que $a_1 = 3$ y $q = 2$.
- 100 57. Una empresa lanzó al mercado un CD de música popular. Para conocer la aceptación del producto, el departamento de ventas realizó una investigación en las distribuidoras para verificar el número de copias vendidas. En la primera semana, fueron vendidas 20 copias; en la segunda semana, la venta doblo en relación a la primera semana; en la tercera semana, doblo en relación a la segunda semana. La directora piensa que las ventas continuarán duplicándose cada semana.
- ¿En que semana serán vendidas 10.240 copias?
 - ¿Hasta el final de la semana indicada en el item a, cuantas copias habrían sido vendidas desde el lanzamiento del CD?
- 101 58. Calcule el producto de los 18 primeros términos de la Progresión Geométrica $\left(\frac{1}{256}, \frac{1}{128}, \frac{1}{64}, \frac{1}{32}, \dots\right)$.

- 102 59. Calcule el producto de los 14 primeros términos de la Progresión Geométrica $\left(\frac{1}{7^{12}}, \frac{1}{7^{10}}, \frac{1}{7^8}, \dots\right)$, dejando indicado el resultado en la forma de potencia.
- 103 60. ¿Cual es la Progresión Geométrica creciente en que $a_1 = 1$ y el producto de los 8 primeros términos es 81?
- 104 61. Calcule la suma de los infinitos términos de las progresiones geométricas a seguir.
- (a) $(63, 21, 7, \dots)$
 - (b) $(40, -20, 10, -5, \dots)$
 - (c) $(0, 4; 0, 04; 0, 004; \dots)$
- 105 62. Considere la Progresión Geométrica oscilante, (a_n) , con $a_1 = 3$ y $a_5 = \frac{16}{27}$. Calcule la suma de los infinitos términos de esa Progresión Geométrica.
- 106 63. Calcule la fracción generatriz de cada una de las décimas periódicas:
- (a) $5,2222\dots$
 - (b) $4,53333\dots$
- 108 64. Un conductor de un camión avista repentinamente una gran piedra en el medio de la carretera y acciona inmediatamente los frenos a 100 m de distancia de la piedra. Después de la frenada, el vehículo recorre 20 m en el primer segundo y por algunos instantes mas, recorre en cada segundo $\frac{1}{4}$ de la distancia recorrida en el segundo anterior. ¿El camión conseguirá parar antes o chocará contra la piedra? Justifique su respuesta.