Ejercicios de Sistemas Lineales y Determinantes

MarioProfe

30 de mayo de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

Ecuación Lineal

$\boxed{01}$ 1. Considerando la ecuación $3x - 2y = 20$:

(a) ¿Cual es el valor de y para $x = 3$?

(b) ¿Cual es el valor de y para $x = -7$?

(c) ¿Siempre existirá un valor de y para cualquier valor atribuido a x?

(d) ¿Cuantos pares ordenados son soluciones de la ecuación $3x - 2y = 20$?

$\boxed{02}$ 2. Considerando la ecuación lineal $2x + 3y = 7$, desarrolle los siguientes items.

(a) Clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

- El término ordenado (6, -2, -1) es solución de esa ecuación.
- El término ordenado (1, 1, 2) es solución de esa ecuación.

(b) Determine los valores de p y q de modo que los términos ordenados $(2, 1, p)$ y $(-1, q, 3)$ sean soluciones de esa ecuación.

(c) Obtenga otras dos soluciones de esa ecuación, diferentes de las presentadas en los itens anteriores.

$\boxed{03}$ 3. Clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) las siguientes afirmaciones:

(a) El término ordenado (-3, 1, 4) es solución de la ecuación $x + 4y + 2z = 9$.

(b) El término ordenado (0, 3, -2) es solución de la ecuación $2x + y - z = 1$.

(c) El cuarteto ordenado (0, 0, 0, 0) es solución de la ecuación $x + 4y + 3t - z = 0$.

(d) La ecuación $x + 2y = 5$ tiene infinitas soluciones.

(e) La ecuación $x + 2y = 5$ tiene más de una solución con x y y enteros.

(f) La ecuación $x + 2y = \sqrt{2}$ tiene alguna solución con x y y enteros.

06 4. Un empresario adquirió dos tipos de máquinas: Una máquina del tipo A, que tienen entre si la misma velocidad de producción y máquinas tipo B que tienen entre si la misma velocidad de producción. Si cuatro máquinas A y tres máquinas B producen, en un mismo intervalo de tiempo, tantos productos como tres máquinas A y cinco B, entonces podemos afirmar que:

(a) La producción de la máquina A es el triple de la producción de B, en el mismo intervalo de tiempo.

(b) La producción de la máquina A es la mitad de la producción de B, en el mismo intervalo de tiempo.

(c) La producción de la máquina A es el doble de la producción de B, en el mismo intervalo de tiempo.

(d) La producción de la máquina A es igual a la producción de B, en el mismo intervalo de tiempo.

(e) La producción de la máquina A es $\dfrac{3}{2}$ de la producción de B, en el mismo intervalo de tiempo.

07 5. La tercera parte del peso de un camión vacío sumado con la mitad del peso de la carga que transporta es igual al doble del peso de la carga. Así, el peso de la carga equivale a:

(a) $\dfrac{2}{9}$ del peso del camión vacío.

(b) $\dfrac{3}{7}$ del peso del camión vacío.

(c) $\dfrac{2}{5}$ del peso del camión vacío.

(d) $\dfrac{7}{10}$ del peso del camión vacío.

(e) $\dfrac{7}{8}$ del peso del camión vacío.

Sistema Lineal

09 6. ¿Cual de las alternativas representa una solución del sistema?

$$\begin{cases} x+\ \ y+2z=9 \\ x+2y+\ \ z=8 \\ 2x+\ \ y+\ \ z=7 \end{cases}$$

(a) (8, 1, 0) (c) (1, 2, 3) (e) (1, 1, 1)
(b) (10, -1, 0) (d) (9, 0, 0)

10 7. ¿Cual de los términos no es solución del siguiente sistema?

$$\begin{cases} x+2y+2z=1 \\ x+3y+\ \ z=3 \end{cases}$$

(a) (-3, 2, 0) (c) (-11, 4, 2) (e) (3, -1, 0)
(b) (-7, 3, 1) (d) (1, 1, -1)

11 8. Clasifique cada uno de los sistemas siguientes como SPD (Sistema Posible y Determinado), SPI (Sistema Posible e Indeterminado) o SI (Sistema Imposible).

(a) $\begin{cases} 2x+y+=7 \\ x=3 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+y=9 \\ x+y=5 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+\ \ y=4 \\ 0x+0y=0 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x+\ \ y=5 \\ 0x+0y=3 \end{cases}$

12 9. Considere el sistema lineal en las incógnitas x y y:

$$\begin{cases} 3x-\ \ y=0 \\ 6x-2y=3k-2 \end{cases}$$

(a) Determine el valor de k para que el sistema sea homogéneo.
(b) Para el valor encontrado en el item a, ¿Cual es la clasificación de ese sistema?

13 10. Muestre que el sistema abajo no tiene solución en la forma $(1, p, 4p)$, con $p \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} x+2y+z=13 \\ 2x-\ \ y+z=5 \end{cases}$$

14 11. Substituya el parámetro K por un número real tal que el sistema lineal corresponda a la clasificación indicada.

(a) SPD (Sistema Posible y Determinado)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ Ky = 3 \end{cases}$$

(b) SPI (Sistema Posible e Indeterminado)

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ Ky = 0 \end{cases}$$

(c) SI (Sistema Imposible)

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ Ky = 7 \end{cases}$$

15 12. Sabiendo que el término (1, 4, -5) es una solución del sistema lineal en las incógnitas: x, y y z.

$$\begin{cases} x + ay + bz = 0 \\ cx + y + dz = 0 \\ ex + fy + z = 0 \end{cases}$$

Señale la alternativa que representa una afirmación verdadera.

(a) Los coeficientes a, b, c, d, e, f pueden ser todos iguales a 0.

(b) Existen valores reales de los coeficientes a, b, c, d, e, f para los cuales el sistema es Posible y Determinado.

(c) Existen valores reales de los coeficientes a, b, c, d, e, f para los cuales el Sistema es Imposible.

(d) El Sistema es Posible e Indeterminado.

Resolución de un Sistema Lineal

$\boxed{16}$ 13. Clasifique y halle el conjunto solución de cada uno de lo siguientes sistemas:

(a) $\begin{cases} x+3y-2z=-1 \\ \quad 4y+5z=19 \\ \qquad 2z=6 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x-5y+3z=2 \\ \quad y+3z=1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x-y+4z=1 \\ \qquad 3z=1 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ \quad 5y+z=0 \\ \qquad z=0 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} -x+3y+z=0 \\ \quad y-z=0 \end{cases}$

$\boxed{17}$ 14. Todos los 152 participantes de un congreso son profesores de Matemáticas, Física o Química. Sabiendo que cada uno de ellos da clases apenas en una de esas materias y que el número de profesores de Física es el doble del número de profesores de Química. ¿Cual es el menor número posible de profesores de Matemáticas que participan de ese congreso?

$\boxed{20}$ 15. Escalone, clasifique y obtenga el conjunto solución de los siguientes sistemas lineales a continuación:

(a) $\begin{cases} x+2y-3z=1 \\ 2x+5y-5z=7 \\ 3x+7y-6z=12 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 3x+8y-2z=7 \\ 4x+10y-3z=9 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+y+3z=2 \\ 5x+6y+14z=15 \\ 3x+4y+8z=11 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 2x+2y+3z=1 \\ 4x+3y-2z=2 \\ 8x+7y+10z=1 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x+5y=1 \\ 5x+9y=7 \end{cases}$

(f) $\begin{cases} 3x+5y=2 \\ x+2y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} x+3y=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$

(h) $\begin{cases} x+4y-z=0 \\ 3x+y+z=0 \\ -x-15y+5z=0 \end{cases}$

(i) $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x+2y=0 \\ x+y=0 \end{cases}$

(j) $\begin{cases} x+3y-2z=0 \\ 3x+y=0 \end{cases}$

21 16. Un estudio concluyó que, con el objeto de compensar la contaminación producida por carros y autobuses, sería necesario plantar un árbol por cada 1.000 Kms recorridos por un carro y cinco arboles por cada 1.000 km recorridos por un autobús. Un ecologista realizó un viaje de 4.000 Kilómetros , viajando una parte en carro y el resto en un autobús. Si el ecologista plantó 16 arboles con el objetivo de compensar la contaminación producida por los dos medios de transporte en este viaje, podemos afirmar que el ecologista recorrió más de:

(a) 1.000 Km en autobús que en carro.
(b) 1.500 Km en carro que en autobús.
(c) 2.000 Km en carro que en autobús.
(d) 1.500 Km en autobús que en carro.
(e) 2.000 Km en autobús que en carro.

22 17. Para una partida de fútbol, fueron colocados a la venta, tres tipos de boletos:

- Para el sector verde, el precio era de \$ 12,00
- Para el sector azul, el precio era de \$ 18,00
- Para el sector blanco, el precio era de \$ 25,00.

Sabiendo que el ingreso total de la partida fue de \$ 620.000,00 para 38.000 espectadores que pagaron sus boletos y que el número de ingresos vendidos para el sector verde fue el doble del número de ingresos vendidos para el sector azul, podemos concluir que:

(a) 12.000 espectadores pagaron sus boletos para el sector azul.

(b) 20.000 espectadores pagaron sus boletos para el sector verde.

(c) 6.800 espectadores pagaron sus boletos para el sector blanco.

(d) Menos del 50 % del total de espectadores pagaron sus boletos para el sector verde.

(e) Menos del 20 % del total de espectadores pagaron sus boletos para el sector blanco.

$\boxed{23}$ 18. Catarina, Felipe y Neusa fueron a un supermercado y compraron arroz, frijoles y azúcar de las mismas marcas. Catarina gasto \$ 9,20 en la compra de 2 kg de arroz, 3 Kg de frijoles y 1 Kg de azúcar y Felipe gasto \$ 15,20 en la compra de 4 Kg de arroz, 2 Kg de frijoles y 6 Kg de azúcar. Neusa, quien compró 1 Kg de arroz, 1 Kg de frijoles y 1 Kg de azúcar, gasto:

(a) \$ 5,20

(b) \$ 3,80

(c) \$ 4,20

(d) \$5,60

(e) \$ 4,90

$\boxed{25}$ 19. Haciendo uso de las propiedades de la función afín, muestre que:

(a) Las ecuaciones del sistema lineal $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + \ \ y = 6 \end{cases}$ tiene como gráfico dos rectas concurrentes en el plano cartesiano.

(b) Las ecuaciones del sistema lineal $\begin{cases} 3x + \ \ 5y = 1 \\ 6x + 10y = 2 \end{cases}$ tiene como gráfico dos rectas paralelas coincidentes en le plano cartesiano.

(c) Las ecuaciones del sistema lineal $\begin{cases} \ \ x + \ \ 4y = 3 \\ 3x + 12y = 1 \end{cases}$ tiene como gráfico dos rectas paralelas distintas en el plano cartesiano.

Concepto de Determinante

28 20. Calcule el determinante de la matriz de coeficientes de los sistemas lineales a continuación y clasifique cada uno de ellos como: Sistema Posible y Determinado (SPD), Sistema Posible e Indeterminado (SPI) o Sistema Imposible (SI).

(a) $\begin{cases} 5x+ 3y = 2 \\ 4x+ 6y = -1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+ \ \ y+ 2z = 4 \\ 2x+ \ \ y+ 3z = 1 \\ 3x+ 2y- \ \ z = 2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x+ 5y- \ \ z \ = 1 \\ 2x- 4y+ \ 2z \ = 3 \\ 4x+ 6y+ = 5 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 2x+ \ \ y+ = 1 \\ x- 2y+ \ \ z \ = 2 \\ x- 7y+ \ 3z \ = 1 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} 3x+ 5y = 0 \\ 2x- \ \ y = 0 \end{cases}$

(f) $\begin{cases} x+ 2y- \ \ z \ = 0 \\ 2x- \ 3y \ = 0 \\ \ \ - 7y+ \ 2z \ = 0 \end{cases}$

29 21. El siguiente sistema en las incógnitas x y y:

$$\begin{cases} 2x+ my = 5 \\ mx+ \ 8y = 3 \end{cases}$$

Es Posible y Determinado (SPD) si y solamente si:

(a) $m \neq 3$

(b) $m \neq 4$

(c) $m \neq 4$ y $m \neq -4$

(d) $m = 4$

(e) $m = 4$ o $m = -4$

30 22. ¿Para que valores del parámetro real k, el sistema en las incógnitas x y y $\begin{cases} 2x+ \ \ y = 5 \\ kx- 3y = 1 \end{cases}$ es posible y determinado (SPD)?

31 23. ¿Para que valor(es) del parámetro real k el sistema homogéneo en las variables x, y y z siguiente admite apenas una solución trivial?

$$\begin{cases} 3x+y-z=0 \\ 2x-y-z=0 \\ kx-2z=0 \end{cases}$$

32 24. Determine el o los valor(es) del parámetro real a de modo que el sistema en las incógnitas x, y y z siguiente admita soluciones diferentes de la trivial.

$$\begin{cases} 3x+2y-2z=0 \\ 2x-3y+2z=0 \\ x+5y+az=0 \end{cases}$$

34 25. Resuelva, en $\mathbb{R}$, las ecuaciones siguientes:

(a) $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 9 & 3x \end{vmatrix} = 0$

(b) $\begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 8$

36 26. Discuta cada uno de los siguientes sistemas, en las incógnitas x y y, en función del parámetro real k.

(a) $\begin{cases} x+3y=1 \\ kx+6y=2 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} 5x-y=3 \\ kx+y=1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} kx+5y=0 \\ 5x+ky=0 \end{cases}$

37 27. Discuta cada uno de los siguientes sistemas, en las incógnitas x, y y z, en función del parámetro real m.

(a) $\begin{cases} mx-y+2z=1 \\ 2x+y+z=2 \\ 5x+2y+5z=7 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+3y+mz=1 \\ 3x+y+3z=1 \\ mx-2y+z=1 \end{cases}$

38 28. Discuta en función del parámetro real p el sistema en las incógnitas x, y y z:

$$\begin{cases} x+3y-2z=0 \\ 3x+py+pz=0 \\ 5x+8y-2z=0 \end{cases}$$

40 29. A inicios del mes pasado, fuí a una papelería y gaste \$ 9,00 en la compra de un borrador, un lapis y un bolígrafo, habiendo costado el borrador mas caro que el lapis. Al final del mismo mes, regrese a la papelería y gaste \$ 30,00 en la compra de seis borradores y tres bolígrafos. Los precios continuaban siendo los mismos que cuando hice la compra anterior.

(a) Indicando por x, y y z, respectivamente, los precios del borrador, del lapis y del bolígrafo y suponiendo que el borrador haya costado \$ k más que el lapis, establezca la ecuación de este problema por medio de un sistema lineal.

(b) Representando en orden alfabética las variables del sistema del item a, calcule el determinante de la matriz de coeficientes de ese sistema.

(c) ¿Cuanto costo el borrador en relación con el lapis?

41 30. En los siguientes sistemas, las incógnitas son x, y y z. Discuta sus clasificaciones en función de los valores asumidos por el parámetro real m.

(a) $\begin{cases} x + 3y + mz = 1 \\ 2x + 6y + 4z = -1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 2x - 2y + mz = 2m \end{cases}$

42 31. Discuta los siguientes sistemas, en las incógnitas x y y, en función del parámetro real a.

(a) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - y = 3 \\ 4x + 5y = a \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 6x - y = 4 \\ 5x + ay = -1 \end{cases}$

43 32. En el siguiente sistema lineal, x, y y z son incógnitas, p y q son parámetros reales. Discuta este sistema en función de p y q.

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 4 \\ 3x + py - 6z = q \end{cases}$$

Concepto de Determinante

$\boxed{44}$ 33. Calcule los Determinantes:

(a) $\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

$\boxed{46}$ 34. Clasifique como SPD, SPI o SI el sistema lineal de incógnitas r, s, t y u:

$$\begin{cases} 2r + s - t + u = 0 \\ r - 2s + t = 0 \\ s + 2t = 0 \\ s - 5t + 2u = 0 \end{cases}$$

$\boxed{48}$ 35. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{vmatrix} = 4$, calcule el valor numérico de los siguientes determinantes:

(a) $\begin{vmatrix} a & m & x \\ b & n & y \\ c & p & z \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} m & n & p \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 3m & 3n & 3p \\ 5x & 5y & 5z \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 3a & 6b & 3c \\ m & 2n & p \\ x & 2y & z \end{vmatrix}$

(f) $\begin{vmatrix} a & 6m & -x \\ b & 6n & -y \\ c & 6p & -z \end{vmatrix}$

(g) $\begin{vmatrix} c & 5b & a \\ 2p & 10n & 2m \\ z & 5y & x \end{vmatrix}$

$\boxed{49}$ 36. Obtenga el valor de cada uno de los determinantes aplicando las propiedades estudiadas:

(a) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 9 & 4 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 9 & 7 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \\ 2 & 5 & 1 & 10 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 2 & \pi & \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ 0 & 5 & 9 & \sqrt{5} \\ 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 23 & 1 & 0 & 0 \\ 47 & 75 & 2 & 0 \\ 64 & 78 & 93 & 3 \end{vmatrix}$

$\boxed{50}$ 37. Resuelva en $\mathbb{R}$ la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & x^2-1 & 9 & 8 \\ 0 & 0 & x+2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & x-4 \end{vmatrix} = 0$$

$\boxed{52}$ 38. Calcule el valor numérico del determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{vmatrix}$, sabiendo que:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ m & n & p \end{vmatrix}$$

$\boxed{53}$ 39. Siendo A una matriz cuadrada de orden 3 tal que $\det A = 4$, calcule $\det(5A)$.

$\boxed{54}$ 40. La siguiente ecuación tiene infinitas soluciones (x, y, z). Entre esas soluciones: ¿Cual puede ser obtenida por la propiedad de la suma de determinantes?

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 3 & 7 & 9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & 1 & 8 \\ 4 & 2 & 10 \\ 3 & 7 & 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & x \\ 4 & 2 & y \\ 3 & 7 & z \end{vmatrix}$$

55 41. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & d & 1 \\ b & e & 2 \\ c & f & 5 \end{vmatrix} = 5$ y $\begin{vmatrix} a & d & 3 \\ b & e & 4 \\ c & f & 6 \end{vmatrix}$ =2, calcule el valor numérico del determinante:

$$\begin{vmatrix} a & d & 4 \\ b & e & 6 \\ c & f & 11 \end{vmatrix}$$

56 42. Obtenga el valor del determinante siguiente usando apenas las propiedades estudiadas:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & a & 2x+p \\ 1 & y & b & 2y+p \\ 1 & z & c & 2z+p \\ 1 & w & d & 2w+p \end{vmatrix}$$

58 43. Aplicando el Teorema de Jacobi para facilitar los cálculos, obtenga los valores de los determinantes:

(a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 12 & 6 \\ 3 & 8 & 10 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 14 & 9 & 16 \\ 6 & 20 & 11 & 22 \\ 2 & 6 & 5 & 10 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \\ 5 & 7 & 23 & 12 \end{vmatrix}$

(Sugerencia: En el item c mantenga inalterada la segunda fila, consiguiendo ceros en las posiciones a_{11}, a_{31} y a_{41}).

59 44. Resuelva en $\mathbb{R}$ la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 64$

$\boxed{60}$ 45. Siendo $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ y A_{ij} el cofactor de cada elemento a_{ij}.

¿Cual de las alternativas siguientes representa una expresión cuyo resultado es cero para cualquiera de los valores a_{ij}?

(a) $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$

(b) $a_{11}A_{13} + a_{21}A_{23} + a_{31}A_{33}$

(c) $a_{11} + a_{21} + a_{31}$

(d) $A_{13} + A_{23} + A_{33}$

(e) $A_{11} + A_{22} + A_{33}$

$\boxed{61}$ 46. Siendo A y B matrices cuadradas del mismo orden tal que $A = = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ y $\det(AB) = 30$, calcule $\det B$.

$\boxed{62}$ 47. Siendo A una matriz cuadrada tal que $\det(A^3) = 6$, calcule $\det A$.

$\boxed{63}$ 48. Siendo A una matriz cuadrada, determine los posibles valores de su determinante, sabiendo que $\det(A^2) + \det A = 0$.

$\boxed{64}$ 49. Verifique si las matrices siguientes son invertibles. En caso afirmativo, determine la inversa a través del producto de la matriz adjunta por el inverso del determinante.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$\boxed{65}$ 50. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$, determine la matriz X tal que $A^{-1} \cdot X = B$.