Ejercicios de Análisis Combinatorio

MarioProfe

21 de junio de 2024

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

Principio Fundamental del Conteo

$\boxed{01}$ 1. Un experimento consiste en lanzar un dado y una moneda sobre una mesa. Un resultado de ese experimento es, por ejemplo, el par (5, corona), es decir, 5 en el dado y corona en la moneda.

   (a) Escriba todos los posibles resultados, organizándolos en una matriz de posibilidades.

   (b) Determine, por el Principio Fundamental del Conteo, cuantos son los posibles resultados de ese experimento.

$\boxed{02}$ 2. En un determinado Stadium, los lugares destinados a los espectadores son separados en 4 sectores, con la misma cantidad de butacas en cada sector: sectores azul, naranja, amarillo y verde. En un sector, cada butaca es identificada por una de las 26 letras del alfabeto, seguida de uno de los números naturales del 1 al 45. El boleto de ingreso al stadium presenta una secuencia con un color, una letra y un número. Así por ejemplo (azul, G, 38), indica: sector azul, fila G, butaca 38. ¿Cuantas butacas son destinadas a los espectadores si el total de butacas es igual al total de posibilidades de identificación?

$\boxed{03}$ 3. Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, determine:

   (a) ¿Cuantos números naturales de cuatro dígitos pueden ser representados?

   (b) ¿Cuantos números naturales de cuatro dígitos distintos pueden ser representados?

$\boxed{04}$ 4. Diez atletas disputan una competencia. ¿De cuantas maneras diferentes puede ocurrir la clasificación de los tres primeros lugares si no puede haber empate?

$\boxed{05}$ 5. Con los dígitos 0, 4, 5, 7 y 9, determine:

   (a) ¿Cuantos números naturales de cuatro dígitos pueden ser representados?

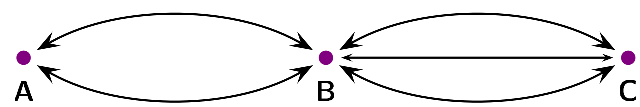
   (b) ¿Cuantos números naturales de cuatro dígitos distintos pueden ser representados?

06 6. Con los dígitos 1, 3, 4, 5, 7 y 9, determine:

(a) ¿Cuantos números naturales pares de tres dígitos pueden ser formados?

(b) ¿Cuantos números naturales pares de tres dígitos distintos pueden ser formados?

07 7. Dos lineas de autobuses conectan las ciudades de A y B, y tres lineas conectan las ciudades B y C, conforme muestra el esquema:



(a) ¿De cuantos modos diferentes un usuario puede escoger una secuencia de esas lineas conectando de A para C y pasando por B?
(Sugerencia: Ese experimento es compuesto de otros dos: ir de A para B y de B para C. Represente por un cuadro cada uno de estos experimentos).

(b) ¿De cuantas maneras diferentes un usuario puede escoger una secuencia de esas lineas haciendo el trayecto de ida y vuelta de A para C y pasando por B en la ida y en la vuelta de modo que no use la misma linea que uso en la ida?

08 8. Cualquier símbolo utilizado en la escritura de un lenguaje es llamado de carácter; por ejemplo: letras, dígitos, signos de puntuación, signos de acentuación, signos especiales etc. En computación, cada carácter es representado por una secuencia de 8 *bits*, y cada *bit* puede asumir dos estados, representados por 0 o 1; por ejemplo, la secuencia 01000111 representa la letra G. Así, el número máximo de caracteres que pueden ser representados por todas las secuencia de 8 *bits* es:

(a) 16 (b) 32 (c) 64 (d) 128 (e) 256

09 9. Un *hacker* sabe que la contraseña de acceso a un archivo secreto es un número natural de cinco dígitos distintos no nulos. Con el objetivo de entrar a ese archivo, el *hacker* programó el computador para probar, como contraseña, todos los números naturales en esas condiciones. El computador va a probar esos números uno a uno, demorando 5 segundos en cada tentativa. El tiempo máximo para que el archivo sea abierto es:

(a) 12 h 30 min
(b) 11 h 15 min 36 seg
(c) 21 h
(d) 12 h 26 min
(e) 7 h

10 10. En Brasil, las placas de los automóviles son formadas por una secuencia de tres letras seguidas de una secuencia de cuatro dígitos, por ejemplo:

(a) ¿Cuantas placas diferentes pueden ser formadas con las letras A, B, C y D y con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5?

(b) ¿Cuantas placas pueden ser formadas con las letras A, B, C y D y con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 sin repetir una letra ni ningún dígito?

(c) ¿Cuantas placas diferentes pueden ser formadas con por lo menos un dígito no nulo empleando 26 letras y los 10 dígitos del sistema decimal?

Principio Aditivo del Conteo

11 11. Dos conjuntos, A y B, son tales que $n(A) = 25$, $n(B) = 29$ y $n(A \cap B) = 10$. Determine el número de elementos de $A \cup B$.

12 12. Un instituto de medicina del sueño realizó un estudio con una muestra de 80 habitantes de grandes centros urbanos. La investigación reveló que 56 de ellos dormían menos de cuatro horas por noche y que 28 dormían más de dos horas por noche.¿Cuantas personas de la muestra dormían más de dos y menos de cuatro horas por noche?

13 13. Calcule la cantidad de números naturales comprendidos entre 300 y 3.000 que podemos representar utilizando solamente los dígitos 1, 2, 3, 5, 7 y 8, de modo que no haya dígitos repetidos. (Sugerencia: Separe la resolución en dos casos).

14 14. ¿Cuantos números naturales mayores que 4.500 y de cuatro dígitos distintos podemos representar con los dígitos 2, 3, 4, 5, 6 y 7?

15 15. ¿Cuantos números naturales pares de cuatro dígitos distintos pueden ser formados con los dígitos 0, 1, 2, 4, 5, 7 y 9?

17 16. Un fabricante de televisores identificó cada aparato de determinado lote con una secuencia de dígitos y letras escogidos entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, A, B, C y D. Cada secuencia fue formada por 4 dígitos distintos seguidos de 2 letras distintas, por ejemplo 1462AB; o 5 dígitos distintos seguidos de 2 letras distintas, por ejemplo, 42613BC.¿Que número máximo de aparatos puede tener ese lote?

18 17. En Brasil, las placas de los vehículos son formadas por secuencias de 3 letras seguidas de 4 dígitos. Si disponemos de las letras A, B, C, D, E, F y U y de los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, determine el número de placas que pueden ser confeccionadas de modo que las 3 letras sean vocales o que las 3 sean consonantes.

Factorial

$\boxed{20}$ 18. Calcule:

(a) $6!$

(b) $7!$

(c) $4! - 3!$

(d) $1!+2!$

(e) $0!\cdot 3!$

(f) $\dfrac{4!}{3! + 2!}$

$\boxed{21}$ 19. Clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

(a) $2!+3!=5!$

(b) $2! \cdot 3! = 6!$

(c) $3!+3!=2 \cdot 3!$

(d) Si existe $(n-5)!$ entonces $n \in \mathbb{N}$ y $n \geqslant 5$.

(e) Si $n \in \mathbb{N}$ y $n \geqslant 2$, entonces existe $(n-4)!$

(f) Si existen $(n-5)!$ y $(n-8)!$, entonces $(n-5)! < (n-8)!$

(g) Si existen $(n-9)!$ y $(n-12)!$, entonces $(n-9)! > (n-12)!$

(h) $n! = n(n-1)(n-2)!$, para cualquier n, con $n \in N$ y $n \geqslant 2$

(i) $n! = n(n-1)(n-2)!$, para cualquier n, con $n \in N$

$\boxed{22}$ 20. Simplifique las fracciones:

(a) $\dfrac{8!}{7!}$

(b) $\dfrac{7!}{10!}$

(c) $\dfrac{6! \cdot 9!}{3! \cdot 11!}$

(d) $\dfrac{n!}{(n-1)!}$

(e) $\dfrac{(n-2)!}{n!}$

(f) $\dfrac{(n-1)!}{(n+1)!}$

(g) $\dfrac{(n+3)!}{(n+1)!}$

(h) $\dfrac{(n-4)!}{(n-2)!}$

$\boxed{23}$ 21. El número x, abajo, representa el producto de todos los números naturales del 7 hasta el 20:

$$x = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20$$

Señale la alternativa que representa la expresión cuyo resultado es igual al número x.

(a) $20!$

(b) $\dfrac{20!}{6!}$

(c) $20! + 6!$

(d) $\dfrac{20!}{5!}$

(e) $20! - 6!$

24 22. Simplificando la fracción $\dfrac{101! + 102!}{100!}$ se obtiene:

(a) 101.103

(b) 102!

(c) 100.000

(d) 101!

(e) 10.403

25 23. Simplificando la expresión $\dfrac{n! + (n+1)!}{2! \cdot (n-1)!}$

(a) $n^2 + n$

(b) $\dfrac{n^2}{2} + n$

(c) $\dfrac{n^2 + n}{2}$

(d) $\dfrac{n+1}{n-1}$

(e) $\dfrac{n}{n-1}$

26 24. Resuelva las ecuaciones:

(a) $\dfrac{(n+7)!}{(n+6)!} = 15$

(b) $\dfrac{(n-6)!}{(n-5)!} = \dfrac{1}{32}$

(c) $\dfrac{(n-2)!}{(n-4)!} = 6$

(d) $\dfrac{(n+1)! + n!}{(n+2)!} = \dfrac{1}{9}$

27 25. Si $\dfrac{(n-1)!}{(n+1)! - n!} = \dfrac{1}{81}$, entonces n es igual a:

(a) 13

(b) 11

(c) 9

(d) 8

(e) 6

Arreglos

31 26. Clasifique las siguientes agrupaciones como arreglos o combinaciones:

(a) Escoger seis de sesenta números para una apuesta en el Loto.

(b) Las posibles clasificaciones de los cuatro primeros colocados en un Campeonato de Fútbol.

(c) Elegir una comisión de dos alumnos para representantes de sala, en que ambos tendrán el mismo cargo.

(d) Formar un número de teléfono con ocho números distintos.

(e) Elegir una comisión de dos alumnos, en que uno será el portavoz de la clase y el otro será el secretario.

(f) Escoger tres vértices de un cubo para formar triángulos.

33 27. Aplicando el Principio Fundamental del Conteo, calcule:

(a) $A_{6,3}$ (b) $A_{10,2}$ (c) $A_{7,7}$

34 28. Aplicando la fórmula $A_{n,p} = \dfrac{n!}{(n-p)!}$, calcule:

(a) $A_{10,3}$ (b) $A_{6,2}$ (c) $A_{8,4}$

35 29. Cuando había exactamente veinte cuartos desocupados en un hotel, llegaron diez huéspedes. El número de maneras diferentes que esos huéspedes pueden ser distribuidos en los cuartos de modo que cada cuarto sea ocupado por un único huésped es:

(a) $A_{10,10}$

(b) $A_{20,20}$

(c) $A_{20,2}$

(d) $A_{20,10}$

(e) $A_{10,2}$

36 30. En una prueba final de natación, de la cual participarán n atletas, con $n \geqslant 3$, serán distribuidas las medallas de oro, plata y bronce para los $1^{\underline{o}}$, $2^{\underline{o}}$ y $3^{\underline{o}}$ lugares, respectivamente. El número posible de maneras diferentes de que sean distribuidas las medallas, sabiendo que la prueba no admite empate, es:

(a) $A_{n,3}$

(b) $A_{n,n}$

(c) $A_{3,3}$

(d) $A_{3,n}$

(e) $A_{n,1}$

37 31. Resuelva las ecuaciones:

(a) $A_{n,2} = 20$

(b) $A_{n,2} = A_{n-2,2} + 14$

38 32. Dos personas suben a una autobús donde hay n asientos desocupados, con $n \geqslant 2$. Sabiendo que esas personas pueden ocupar dos lugares de $n + 8$ maneras diferentes, calcule el número n de lugares desocupados.

Permutaciones

39 33. Considere las consonantes B, C, D, F y G.

(a) ¿Cuantas permutaciones simples podemos formar con esas letras?

(b) Escriba las permutaciones simples de esas 5 letras, tal que, el primer elemento sea B y el último sea C.

40 34. Siete personas entran en un banco. ¿En cuantas secuencias diferentes ellas pueden formar una fila frente a la taquilla?

41 35. En un programa de auditorio, cada una de entre 5 personas debe escoger apenas una entre 5 cajas. ¿Cuantas asociaciones diferentes entre las 5 personas y las 5 cajas pueden ser realizadas?

42 36. Para el desfile de apertura de los Juegos Olímpicos: 4 nadadoras, 3 tenistas y 2 boxeadores entrarán al estadio en fila india. ¿En cuantas secuencias diferentes esa fila puede ser formada si atletas de una misma modalidad deben presentarse juntas?

43 37. Al crear un software, el programador resolvió atribuirle, como llave de instalación, una secuencia de 12 caracteres distintos. Sabiendo que los caracteres utilizados serán: 1, 2, 3, 4, 5, 6, A, C, D, F, G y H, tal que no aparezcan juntos dos dígitos ni dos letras, el número posible de llaves de instalación es:

(a) $12!$

(b) $(12!)^2$

(c) $2 \cdot 12!$

(d) $(6!)^2$

(e) $2 \cdot (6!)^2$

44 38. Al concluir sus lecciones del día, un estudiante debe guardar en el estante 8 libros: Matemática, Física, Química, Historia, Geografía, Biología, Portugués e Inglés, uno al lado del otro.

(a) ¿En cuantas secuencias diferentes esos libros pueden ser dispuestos en el estante?

(b) ¿En cuantas secuencias diferentes esos libros pueden ser dispuestos en el estante de modo que en los extremos queden los libros de Historia y Geografía?

(c) ¿En cuantas secuencias diferentes esos libros pueden ser dispuestos en el estante de modo que los libros de Matemáticas, Física y Química queden juntos en ese orden?

(d) ¿En cuantas secuencias diferentes esos libros pueden ser dispuestos en el estante de modo que los libros de Matemáticas, Física y Química queden juntos en cualquier orden?

(e) ¿En cuantas secuencias diferentes esos libros pueden ser dispuestos en el estante de modo que no queden juntos los 3 libros de ciencias exactas (Matemáticas, Física y Química).

$\boxed{45}$ 39. Con la palabra FUTEBOL (Fútbol en Portugués):

(a) ¿Cuantos anagramas podemos formar?

(b) ¿Cuantos anagramas comienzan por E?

(c) ¿Cuantos anagramas comienzan por E y terminan por T?

(d) ¿Cuantos anagramas comienzan por vocal?

(e) ¿Cuantos anagramas terminan por consonante?

(f) ¿Cuantos anagramas comienzan por vocal y terminan por consonante?

(g) ¿Cuantos anagramas presentan las 3 vocales juntas en orden alfabética?

(h) ¿Cuantos anagramas presentan las 3 vocales juntas en cualquier orden?

(i) ¿Cuantos anagramas no presentan las 3 vocales juntas?

$\boxed{47}$ 40. Calcule el número de anagramas de cada una de las siguientes palabras:

(a) MINEIRO

(b) GRAVATA (Corbata en Portugués)

(c) NATALINA (Navidad en Portugués)

(d) AMASSADA (Estropeado en Portugués)

$\boxed{48}$ 41. Con la palabra CORRER:

(a) ¿Cuantos anagramas podemos formar?

(b) ¿Cuantos anagramas comienzan por R?

(c) ¿Cuantos anagramas comienzan por consonante?

(d) ¿Cuantos anagramas terminan por vocal?

(e) ¿Cuantos anagramas comienzan por consonante e terminan por vocal?

(f) ¿Cuantos anagramas presentan las vocales juntas y en orden alfabética?

(g) ¿Cuantos anagramas presentan las vocales juntas en cualquier orden?

$\boxed{50}$ 42. Un experimento consiste en lanzar cinco veces una moneda y considerar como resultado la secuencia formada por las superficie de la moneda en el 1º, 2º, 3º, 4º y 5º lanzamientos:

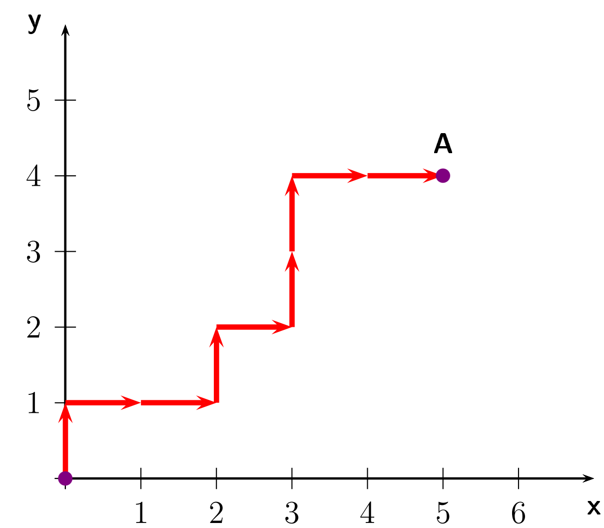
(a) Indicando por C y K las superficies Cara y Corona, respectivamente, una secuencia con tres caras y dos coronas que puede ser obtenida es: CCKCK. ¿Cuantas secuencias diferentes con tres caras y dos coronas pueden ser obtenidas?

(b) ¿Cuantas secuencias diferentes con por lo menos tres caras pueden ser obtenidas?

(c) ¿Cuantas secuencias diferentes con por lo menos una cara puede ser obtenida?

$\boxed{51}$ 43. Un sistema cartesiano fue asociado a una región plana de modo que el eje Ox está orientado de oeste para el este, el eje Oy está orientado del sur para el norte, y la unidad adoptada en los ejes es el Kilómetro.

(a) Pedro debe caminar del punto $O(0,0)$ hasta el punto $A(5,4)$, desplazándose 1 Kilómetro cada vez para el norte o para el este.
Un camino posible en esas condiciones es:



¿Cuantos caminos diferentes Pedro puede recorrer de O hasta A?

(b) Luís debe caminar de $O(0,0)$ hasta $B(6,5)$, pasando por $C(4,3)$, desplazándose 1 kilómetro cada vez para el norte o para el este.
¿Cuantos caminos diferentes Luís puede recorrer?

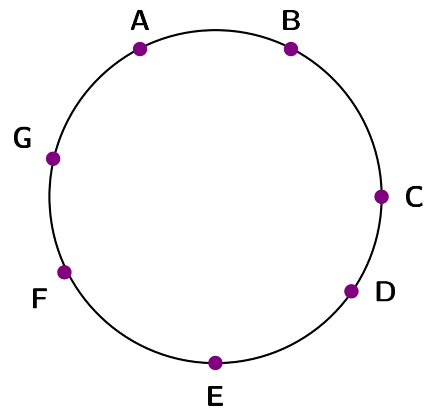
$\boxed{52}$ 44. Una caja contiene dos bolas blancas y algunas bolas negras. Retirando todas las bolas de la caja, una cada vez y sin reposición, el número de secuencias posibles de colores, en el orden de retirada, es 21. Determine el número de bolas negras que esa caja contiene.

Combinaciones

54 45. Calcule:

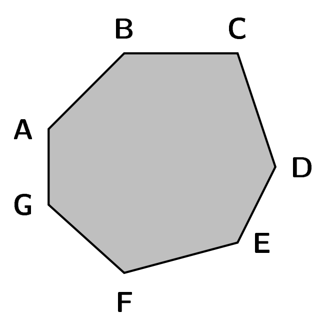
(a) $C_{8,5}$ (b) $C_{7,3}$ (c) $C_{7,4}$

55 46. Considere 7 puntos distintos A, B, C, D, E, F y G, de una circunferencia conforme la figura:



(a) ¿Cuantas rectas quedan determinadas por esos puntos?
(b) ¿Cuantos triángulos quedan determinados por esos puntos?
(c) ¿Cuantos cuadriláteros convexos quedan determinados por esos puntos?
(d) ¿Cuantos pentágonos convexos quedan determinados por esos puntos?
(e) De todos los pentágonos convexos determinados por esos puntos: ¿Cuantos tienen como vértice el punto A?
(f) De todos los pentágonos convexos determinados por esos 7 puntos: ¿Cuantos tienen como lado el segmento $\overline{AB}$?

56 47. Considere el polígono convexo $ABCDEFG$ representado abajo.

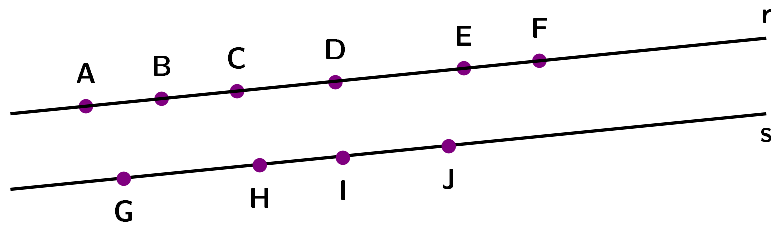


(a) ¿Cuantos segmentos de recta tienen extremos en 2 puntos distintos del conjunto $\{A, B, C, D, E, F, G\}$?

(b) ¿Cuantos de los segmentos de recta obtenidos en el item anterior son diagonales del polígono $ABCDEFG$?

57 48. ¿Cuantas diagonales posee un polígono convexo de 10 vértices?

58 49. Las rectas r y s representadas abajo son paralelas.



(a) ¿Cuantas rectas quedan determinadas por los 10 puntos distintos $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ y J?

(b) ¿Cuantos triángulos quedan determinados por esos 10 puntos distintos?

(c) ¿De todos los triángulos determinados por esos 10 puntos distintos, cuantos tienen como vértice el punto H?

(d) ¿Cuantos cuadriláteros convexos quedan determinados por esos 10 puntos distintos?

60 50. ¿De cuantas maneras diferentes pueden ser escogidos 4 números enteros, distintos y no nulos, desde el -20 al 10, de modo que su producto sea positivo?

61 51. Una comisión de 4 miembros debe ser escogida de entre 7 personas. ¿De cuantos modos diferentes esa comisión puede ser formada si sus componentes tendrán funciones idénticas?

62 52. En un encarte de un periódico, un supermercado ofrece 10 productos en promoción. Si un individuo resuelve comprar apenas 3 de cualesquiera de esos productos: ¿Cuantas son sus opciones?

(a) 120
(b) 80
(c) 50
(d) 40
(e) 30

65 53. Al encontrarse en una reunión del Mercosur, los n presidentes participantes se saludan entre si con un apretón de manos. Sabiendo que hubo 28 apretones de mano, determine el número de presidentes que participaron en esa reunión.

$\boxed{66}$ 54. Una ensalada de frutas debe contener cantidades iguales de 4 tipos de frutas escogidas entre uva, manzana, naranja, lechoza (papaya), fresa y melón. ¿Cuantas ensaladas diferentes pueden ser preparadas si la manzana y la naranja fuesen ingredientes obligatorios?

$\boxed{67}$ 55. Un grupo de 6 científicos debe partir para una larga temporada de investigación en el Polo Sur. El grupo será escogido entre 10 científicos, siendo dos de ellos marido y mujer. ¿Cuantas formaciones diferentes puede tener el grupo si marido y mujer solo pueden participar de la expedición si viajan juntos?

$\boxed{68}$ 56. Para la asignación de 4 azafatas en una avión, hay 9 aeromozas disponibles de las cuales dos son hermanas.¿De cuantas maneras diferentes puede ser realizada la asignación si la compañía aérea no permite parientes en la misma tripulación?

$\boxed{69}$ 57. José y Anita hacen parte de un grupo de 10 personas, de las cuales 7 serán escogidas para formar un jurado donde todos los participantes tendrán funciones idénticas. Del total de jueces que pueden ser formados:

(a) ¿Cuantos incluyen a José y Anita?

(b) ¿Cuantos no incluyen a José ni Anita?

(c) ¿Cuantos incluyen a Anita y no incluyen a José?

$\boxed{70}$ 58. Una comisión de 4 alumnos será escogida por votación de entre 7 candidatos, siendo uno de ellos de nombre Claudio. Todos los miembros de la comisión electa tendrán funciones idénticas.

(a) ¿Cuantas comisiones diferentes pueden se electas?

(b) ¿Cuantas comisiones diferentes pueden ser electas de modo que Claudio sea uno de los electos?

(c) ¿Cuantas comisiones diferentes pueden ser electas de modo que Claudio no sea electo?

$\boxed{71}$ 59. Un equipo formado por 2 arquitectos y por 3 ingenieros será escogido entre 5 arquitectos y 6 ingenieros.¿De cuantas maneras diferentes ese equipo puede ser formado?

$\boxed{72}$ 60. De un grupo de 4 pediatras, 5 reumatólogos y 6 ortopedistas, debe ser escogido un equipo con 3 especialistas de cada área. El número de equipos diferentes que pueden ser escogidos es:

(a) 360
(b) 720
(c) 640
(d) 800
(e) 680

$\boxed{73}$ 61. Un mazo es compuesto de 52 cartas divididas en 4 naipes distintos: oro (♦), copas (♥), espadas (♠), y tréboles (♣). Para cada naipe, hay 13 cartas: 9 cartas numeradas del 2 al 10, Jota (J), Dama (Q), Rey (K) y el As (A). En el póquer, cada jugador recibe 5 cartas, con las cuales forma combinaciones. Una de esas combinaciones es el denominado *full hand*, que está constituido de un par (2 números iguales o 2 letras iguales) y un trío (3 números iguales o 3 letras iguales).

(a) ¿De cuantas maneras distintas se puede formar un *full hand* con un par de ases y un trío de 3?

(b) ¿De cuantas maneras distintas se puede formar un *full hand* con un par de ases?

(c) ¿De cuantas maneras distintas se puede formar un *full hand*?

Binomio de Newton

74 62. Aplique el Teorema de Newton para desarrollar las potencias:

(a) $(x+a)^6$ (b) $(2x-3)^3$ (c) $(2x+y^2)^4$

75 63. Desarrollando, mediante la fórmula de Newton, la potencia $(1+0,005)^{15}$ y eliminando los términos que presentan potencias de 0,005 con exponente mayor que 1: se obtiene una expresión cuyo resultado es una aproximación del número $(1,005)^{15}$. Aplicando ese método, tenemos:

(a) $(1,005)^{15} \approx 1,075$ (c) $(1,005)^{15} \approx 1,009$ (e) $(1,005)^{15} \approx 1,023$
(b) $(1,005)^{15} \approx 1,012$ (d) $(1,005)^{15} \approx 1,008$

76 64. Calcule el valor de cada una de las siguientes expresiones:

(a) $E = \binom{3}{0} \cdot 2^0 \cdot 4^3 + \binom{3}{1} \cdot 2^1 \cdot 4^2 + \binom{3}{2} \cdot 2^2 \cdot 4^1 + \binom{3}{3} \cdot 2^3 \cdot 4^0$

(b) $F = \binom{5}{0} \cdot 2^0 \cdot (-3)^5 + \binom{5}{1} \cdot 2^1 \cdot (-3)^4 + \binom{5}{2} \cdot 2^2 \cdot (-3)^3 + \binom{5}{3} \cdot 2^3 \cdot (-3)^2 + \binom{5}{4} \cdot 2^4 \cdot (-3)^1 + \binom{5}{5} \cdot 2^5 \cdot (-3)^0$

(c) $G = \binom{5}{0} \cdot 3^0 + \binom{5}{1} \cdot 3^1 + \binom{5}{2} \cdot 3^2 + \binom{5}{3} \cdot 3^3 + \binom{5}{4} \cdot 3^4 + \binom{5}{5} \cdot 3^5$

(d) $H = \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$

77 65. La expresión $\sum_{p=0}^{10} \binom{10}{p} \cdot 5^p \cdot 2^{10-p}$ es igual a:

(a) 5^{10} (b) 2^{10} (c) 5^{11} (d) 7^{10} (e) 3^{11}

$\boxed{78}$ 66. Señale la alternativa que representa el resultado de la expresión: $\sum_{p=0}^{45} \binom{45}{p} \cdot 7^p \cdot (-8)^{45-p}$ es igual a:

(a) 15^{45} (b) 3 (c) 2 (d) 1 (e) -1

$\boxed{79}$ 67. La Sumatoria $\sum_{p=0}^{20} \binom{20}{p} \cdot 3^p$ representa el número:

(a) 16^{10} (b) 4^{10} (c) 3^{20} (d) 2^{20} (e) 1

$\boxed{80}$ 68. La expresión $\sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p}$, con $n \in \mathbb{N}$, es igual a:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) 2^n (e) $2n$

$\boxed{81}$ 69. Siendo x y y números reales, resuelva el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x^5 + \binom{5}{1}x^4y + \binom{5}{2}x^3y^2 + \binom{5}{3}x^2y^3 + \binom{5}{4}xy^4 + y^5 = -32 \end{cases}$$

$\boxed{82}$ 70. Calcule la suma de los coeficientes del polinomio que se obtiene del desarrollo de $(5x - 4)^{35}$.

$\boxed{83}$ 71. Considerando el desarrollo de la potencia $(2x^3 + x)^8$ según los exponentes crecientes de x, determine el tercer término.

$\boxed{84}$ 72. Considerando el desarrollo de la potencia $(x^2 - 2x)^7$ según los exponentes decrecientes de x, determine el cuarto término.

$\boxed{85}$ 73. En el desarrollo de $(x + 1)^{10}$ según las potencias decrecientes de x, el término 7º es:

(a) $210x^4$ (c) $120x^4$ (e) $120x^4$
(b) $120x^7$ (d) $210x^3$

$\boxed{86}$ 74. Determine el coeficiente de a^8 en el desarrollo de $(2a + 1)^{10}$.

$\boxed{87}$ 75. ¿Cual es el coeficiente de k^{18} en el desarrollo de $(k^3 - 2k)^8$?

$\boxed{89}$ 76. El coeficiente de x^2 en el desarrollo de $\left(2x - \dfrac{1}{x}\right)^6$ es:

(a) 15 (b) 60 (c) 160 (d) 192 (e) 240

$\boxed{89}$ 77. El término independiente de x en el desarrollo de $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^6$ es igual a:

(a) 30 (b) 15 (c) 4 (d) 0 (e) 1

$\boxed{90}$ 78. En el desarrollo de la potencia $\left(2x - \dfrac{1}{x}\right)^8$, determine el término independiente de x.