Ejercicios de Geometría Analítica: Circunferencia

MarioProfe

27 de marzo de 2025

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

$\boxed{01}$ 1. Determine la ecuación reducida de la circunferencia de centro C y radio R en los siguientes casos:

(a) $C(4,6)$ y $R = 10$

(b) $C(7,0)$ y $R = \sqrt{3}$

(c) $C(0,1)$ y $R = \dfrac{2}{3}$

(d) $C(0,0)$ y $R = 4$

$\boxed{02}$ 2. Obtenga el centro C y el radio R de la circunferencia de ecuación:

(a) $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 49$

(b) $(x-4)^2 + y^2 = 5$

(c) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \dfrac{16}{25}$

$\boxed{03}$ 3. En cual de las alternativas a seguir los dos puntos pertenecen a la circunferencia de ecuación $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 25$?

(a) (5,8) y (1,3)

(b) (-2,-1) y (-3,-4)

(c) (6,-5) y (1,-1)

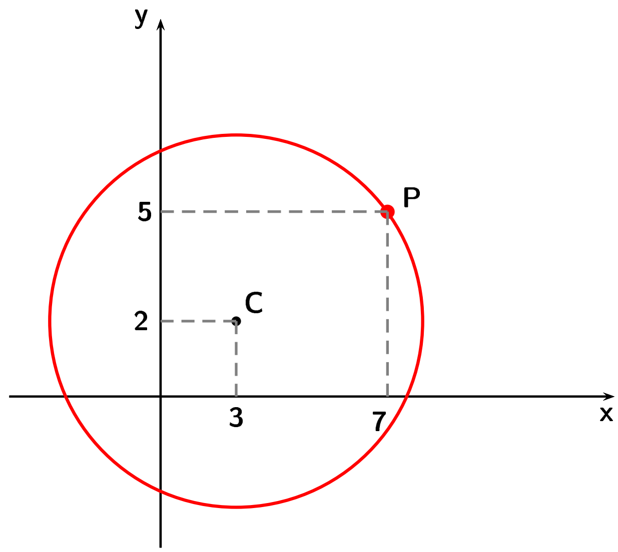
(d) (4,-9) y (1,0)

(e) (0,0) y (3,2)

$\boxed{04}$ 4. La circunferencia de ecuación $(x-5)^2+(y+6)^2 = 20$ pasa por el punto $P(1,k)$. Determine los posibles valores de k.

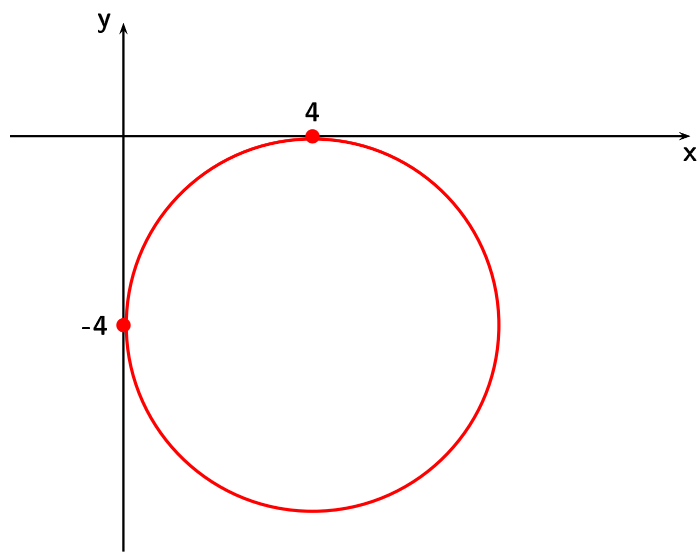
$\boxed{05}$ 5. Determine el número real k para que la circunferencia de ecuación $(x-6)^2+(y-8)^2 = k$ pase por el origen del sistema cartesiano de ejes.

$\boxed{06}$ 6. Escriba la ecuación reducida de la circunferencia representada en el gráfico a seguir.



$\boxed{07}$ 7. Determine los puntos de intersección de la circunferencia (λ) $(x-3)^2+(y-7)^2=64$ con el eje de las ordenadas.

$\boxed{08}$ 8. La circunferencia representada abajo tangencia los ejes coordenados. Determine la ecuación reducida de esa circunferencia.



$\boxed{09}$ 9. Escriba las ecuaciones de la circunferencia de radio $R=\sqrt{5}$ que pasan por el punto (2,-1) y tiene centro sobre el eje $0x$

10 10. Dada la circunferencia λ de ecuación $(x-1)^2+(y-2)^2=100$ y los puntos $A(7,10)$ y $B(9,8)$:

(a) Muestre que A y B pertenecen a λ.

(b) Obtenga la ecuación de la mediatriz r de la cuerda $\overline{AB}$.

(c) Muestre que el centro C de la circunferencia λ pertenece a la mediatriz r de la cuerda $\overline{AB}$.

12 11. Considere la ecuación $(x-5)^2+(y+1)^2=k-4$, en las variables x y y. Determine el o los valores reales de k de modo que esa ecuación represente:

(a) Una circunferencia

(b) Un punto

(c) El conjunto vacío.

13 12. Aplicando el método de la comparación, determine el centro C y el radio R de la circunferencia de ecuación:

(a) $x^2+y^2-10x-2y+17=0$

(b) $x^2+y^2-8x+6y+19=0$

(c) $x^2+y^2-14x+44=0$

(d) $x^2+y^2-3=0$

(e) $5x^2+5y^2-10x+10y-10=0$

14 13. Utilizando el método de la reducción obtenga el centro C y el radio R de la circunferencia de ecuación:

(a) $x^2+y^2-6x-2y-26=0$

(b) $x^2+y^2+4x-8y+19=0$

(c) $x^2+y^2+10x+23=0$

(d) $9x^2+9y^2-6x-9y+1=0$

15 14. La ecuación $x^2+y^2-4x-6y=0$ determina, en el plano cartesiano, un conjunto de puntos equidistantes del punto:

(a) (-2,-3)

(b) (2,0)

(c) (0,3)

(d) (3,2)

(e) (2,3)

16 15. En el plano cartesiano, la circunferencia que pasa por el punto $P(1,3)$ y es concéntrica con la circunferencia $x^2+y^2-6x-8y-1=0$ tiene la siguiente ecuación:

(a) $x^2+y^2+6x+8y-40=0$

(b) $x^2+y^2-3x-4y+5=0$

(c) $x^2+y^2-6x-8y+20=0$

(d) $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 25 = 0$

(e) $x^2 + y^2 - 3x + 4y - 19 = 0$

$\boxed{17}$ 16. Obtenga la ecuación general de la circunferencia λ que pasa por los puntos $A(3, 1)$ y $B(6, 2)$, cuyo centro C pertenece al eje de las abscisas.

$\boxed{18}$ 17. Un punto C de la bisectriz de los cuadrantes impares es el centro de una circunferencia λ que pasa por los puntos $A(2, 8)$ y $B(4, -2)$. Obtenga la ecuación normal de λ.

$\boxed{20}$ 18. Verifique, en cada caso, si la ecuación representa o no una circunferencia.

(a) $5x^2 + y^2 + 6x + 4y - 2 = 0$

(b) $x^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + 3xy + 2x = 0$

(d) $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 2 = 0$

$\boxed{21}$ 19. ¿Para que valores reales de k, la ecuación $x^2 + y^2 - 2x + 6y + k = 0$, en las variables x y y, representa una circunferencia?

$\boxed{23}$ 20. ¿Cual es la posición del punto P en relación a la circunferencia λ, en cada caso?

(a) $P(4, 2)$ y (λ) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 6$

(b) $P(4, 9)$ y (λ) $x^2 + y^2 - 14y + 30 = 0$

(c) $P(10, 14)$ y (λ) $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 169$

$\boxed{24}$ 21. Obtenga k, con $k \in \mathbb{R}$, de modo que el punto $P(k + 2, 1)$ pertenezca a la circunferencia λ de ecuación $x^2 + y^2 - 8x + 14 = 0$.

$\boxed{25}$ 22. Determine los valores reales de k para que el punto $P(k, 3)$ sea interior a la circunferencia λ de ecuación $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 20$.

$\boxed{26}$ 23. ¿Para que valores reales de k el punto $P(2, k + 1)$ es exterior a la circunferencia λ de ecuación $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$?

$\boxed{27}$ 24. Represente en el plano cartesiano las soluciones (x, y) de las siguientes inecuaciones:

(a) $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 \leqslant 4$

(b) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 < 0$

(c) $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 \geqslant 25$

(d) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 > 0$

28 25. Construya el gráfico cartesiano de la región formada por los puntos (x, y) que son soluciones de cada sistema:

(a) $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 \geqslant 4 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 \leqslant 16 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 9 \\ x \leqslant 2 \end{cases}$

30 26. Describa la posición de la recta s en relación a la circunferencia λ, en cada uno de los siguientes casos:

(a) (s) $3x + 4y + 19 = 0$ y (λ) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$

(b) (s) $12x - 5y - 6 = 0$ y (λ) $x^2 + (y-4)^2 = 9$

(c) (s) $y = \dfrac{x}{4} + 1$ y (λ) $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 12 = 0$

31 27. Determine el radio de la circunferencia de centro $C(2, 3)$ y tangente a la recta s de ecuación $5x + 12y + 3 = 0$.

32 28. La recta s de ecuación $kx + y + 1 = 0$, siendo k una constante real, es tangente a una circunferencia λ de centro $C(2, k)$ y radio $\sqrt{10}$. Una ecuación de esa circunferencia es:

(a) $4x^2 + 4y^2 - 16x - 12y - 11 = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 4x - 3y - 1 = 0$

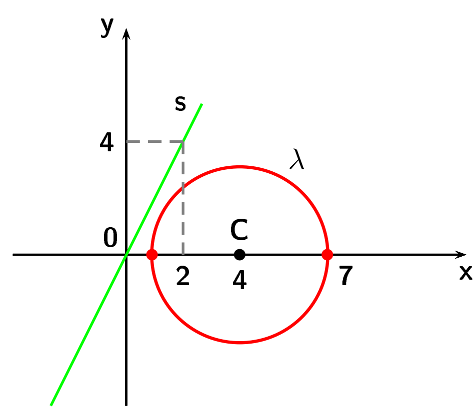
(c) $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y + 3 = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$

(e) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 2y - 13 = 0$

34 29. Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia (λ) $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10$ y paralelas a la recta (s) $3x + y - 2 = 0$.

35 30. Obtenga las ecuaciones de las rectas paralelas a la recta s y tangentes a la circunferencia λ de centro C, representada en el siguiente gráfico.



36 31. Exhiba los valores reales de n para que la recta r de ecuación $x - n = 0$, sea tangente a la circunferencia λ de ecuación $x^2 + y^2 - 12x + 20 = 0$.

37 32. Para que valores reales de k la recta r de ecuación $5x - 12y + k = 0$ es secante a la circunferencia λ de ecuación $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 39$?

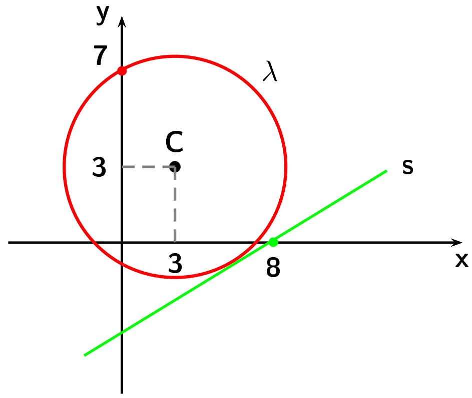
38 33. Determine los valores de k para que la recta s de ecuación $y - k = 0$ tenga por los menos un punto en común con la circunferencia λ de ecuación $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

39 34. Considere el punto $P(3, -2)$ y la circunferencia (λ) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 32$.

(a) Muestre que el punto P pertenece a la circunferencia λ.

(b) Obtenga la ecuación de la recta s tangente a λ en el punto P.

41 35. Obtenga una ecuación de la recta s tangente a la circunferencia λ representada el siguiente gráfico.



42 36. Determine la intersección de la recta s con la circunferencia λ en los siguientes casos:

(a) (s) $x + y - 6 = 0$ y
(λ) $(x+1)^2 + y^2 = 25$

(b) (s) $x + y - 1 = 0$ y
(λ) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$

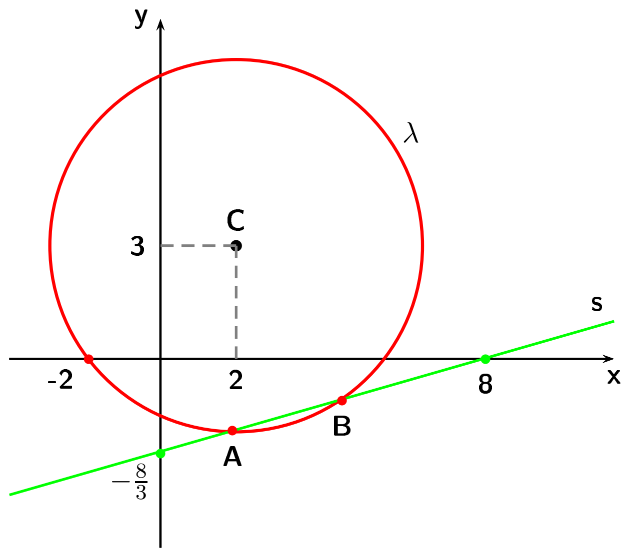
(c) (s) $x + 3y - 4 = 0$ y
(λ) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3$

(d) (s) $y - 5 = 0$ y
(λ) $x^2 + y^2 = 169$

(e) (s) $y = x + 1$ y
(λ) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

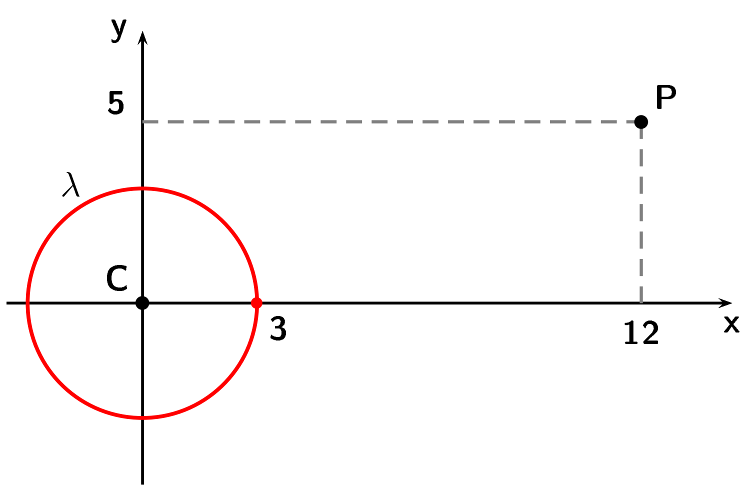
43 37. La circunferencia λ de centro $C(1, 2)$ es tangente a la recta (s) $x + 2y = 0$. Determine los puntos de intersección de λ con la recta (t) $4x - y = 0$.

44 38. En el gráfico siguiente, la recta s es secante a la circunferencia λ de centro C en los puntos A y B. Determine las coordenadas de esos puntos.

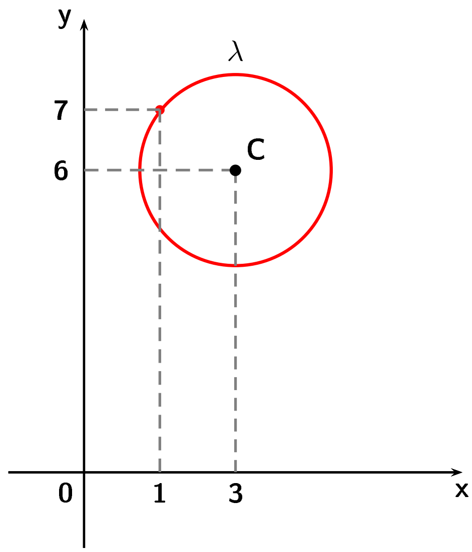


45 39. Calcule la longitud de la cuerda que la circunferencia (λ) $x^2 + (y-5)^2 = 10$ determina en la recta s de ecuación $x - y + 1 = 0$.

46 40. Calcule la distancia del punto P a la circunferencia λ de centro C, representada en en el gráfico siguiente:



$\boxed{47}$ 41. En el plano cartesiano siguiente el punto C es el centro de la circunferencia λ. ¿Cual es el punto de la circunferencia λ más distante del origen O?



$\boxed{50}$ 42. Sabiendo que el punto (4,2) es el punto medio de una cuerda $\overline{AB}$ de la circunferencia $(x-3)^2+y^2=25$, determine:

(a) La ecuación de la recta que contiene A y B.

(b) Las coordenadas de los puntos A y B.

(c) La distancia entre A y B.

$\boxed{52}$ 43. Describa la posición relativa entre las circunferencias λ_1 y λ_2, en los siguientes casos:

(a) (λ_1) $(x-1)^2+(y+1)^2=25$ y
(λ_2) $(x-5)^2+(y-2)^2=169$

(b) (λ_1) $x^2+y^2-2y-24=0$ y
(λ_2) $(x+3)^2+(y-5)^2=100$

(c) (λ_1) $x^2+y^2=5$ y
(λ_2) $(x-3)^2+(y-6)^2=20$

(d) (λ_1) $x^2+(y-3)^2=1$ y
(λ_2) $x^2+y^2-8x+7=0$

(e) (λ_1) $x^2+y^2-8x-18y+81=0$ y
(λ_2) $(x-6)^2+(y-8)^2=100$

(f) (λ_1) $(x-2)^2+(y-1)^2=\dfrac{9}{4}$ y
(λ_2) $4x^2+4y^2-16x-8y+11=0$

$\boxed{53}$ 44. Considere las circunferencias de ecuaciones:
(λ_1) $(x-1)^2+(y-2)^2=25$
(λ_2) $(x-9)^2+(y-8)^2=K$
Determine la constante positiva k de modo que λ_1 y λ_2 sean:

(a) tangentes

(b) exteriores

$\boxed{54}$ 45. Obtenga las ecuaciones de las circunferencias concéntricas de centro $C(1,0)$ y tangentes a la circunferencia (λ) $(x-1)^2+(y-2)^2=9$.

$\boxed{56}$ 46. Determine la intersección de las circunferencias λ_1 y λ_2, en cada uno de los casos:

(a) (λ_1) $(x-2)^2+y^2=10$ y (λ_2) $(x+4)^2+(y+3)^2=25$

(b) (λ_1) $x^2+y^2-2x+4y+3=0$ y (λ_2) $x^2+y^2-10x-4y+11=0$

(c) (λ_1) $x^2+(y-1)^2=2$ y (λ_2) $x^2+y^2-8x-10y+31=0$

$\boxed{57}$ 47. Calcule la longitud de la cuerda común a las circunferencias:
(λ_1) $(x+6)^2+(y-4)^2=85$ y (λ_2) $(x+2)^2+(y-3)^2=34$

$\boxed{58}$ 48. Considere las circunferencias secantes λ_1 y λ_2 de ecuaciones $(x-2)^2+(y-1)^2=25$ y $(x-5)^2+(y+2)^2=37$, respectivamente.

(a) Obtenga una ecuación de la recta r que pasa por los puntos de intersección de λ_1 y λ_2.

(b) Determine el punto de λ_2 más distante de la recta r, obtenida en el item **a**.