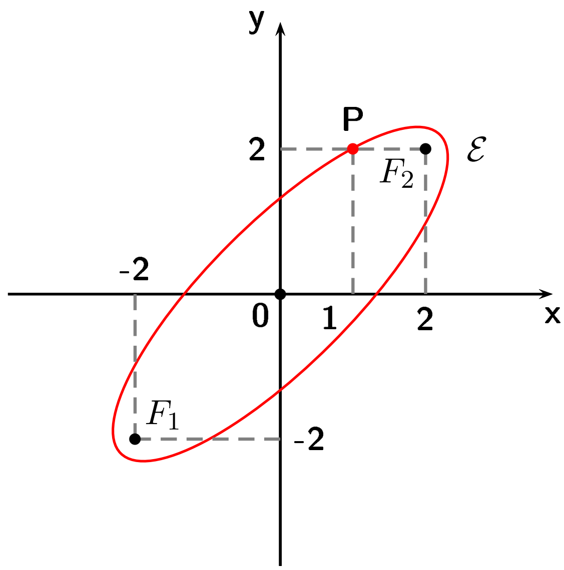
Ejercicios de Geometría Analítica: Cónicas

MarioProfe

27 de marzo de 2025

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

$\boxed{01}$ 1. El gráfico abajo representa una elipse $\mathscr{E}$ de focos F_1 y F_2.



Determine:

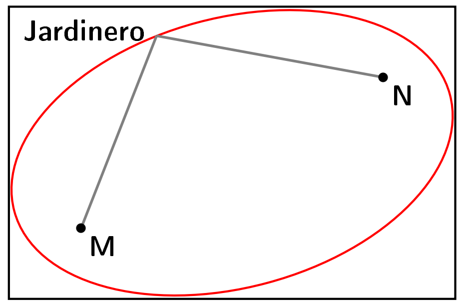
(a) la medida del eje mayor de $\mathscr{E}$.

(b) la distancia focal de $\mathscr{E}$.

(c) la medida del eje menor de $\mathscr{E}$.

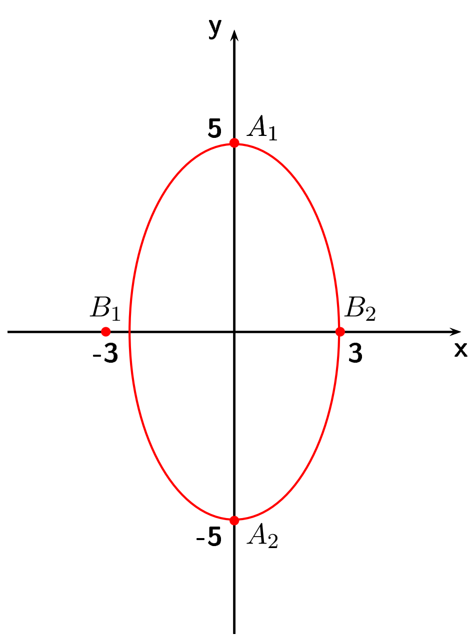
(d) la excentricidad de $\mathscr{E}$.

02 2. Para delimitar un jardín, un jardinero trazó una elipse tangenciando, en los respectivos puntos medios, los cuatro lados de un terreno rectangular de 4 m por 3,2 m. Para eso, uso una cuerda estirada amarrada por sus extremidades M y N, como muestra la figura. ¿Cual es la distancia entre los puntos M y N?

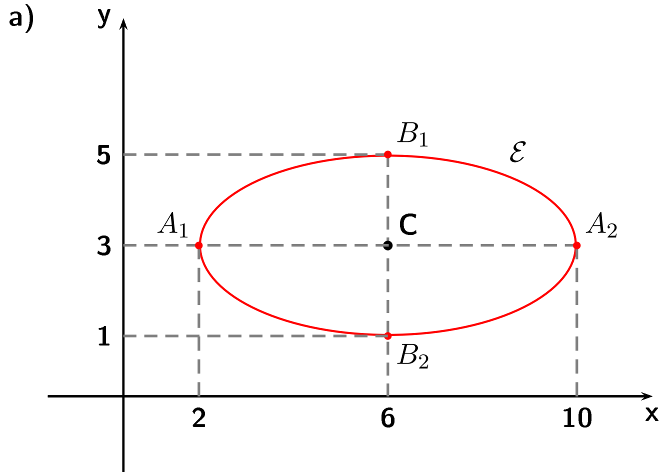


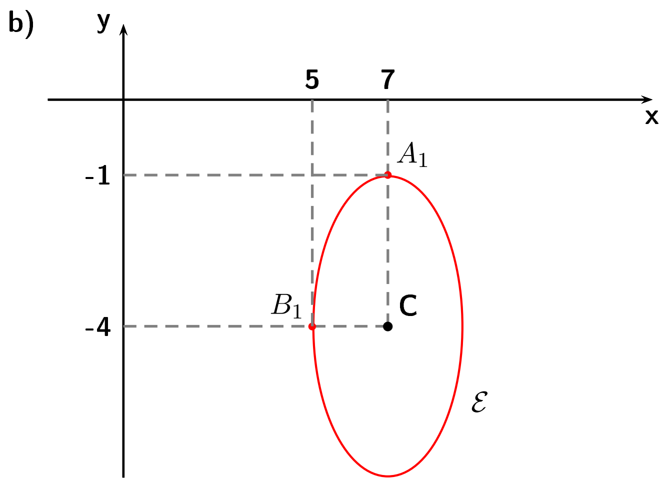
04 3. Aplicando la definición, obtenga una ecuación de la elipse $\mathscr{E}$ de focos $F_1(-1,0)$ y $F_2(1,0)$, cuyo eje mayor mide 4 unidades.

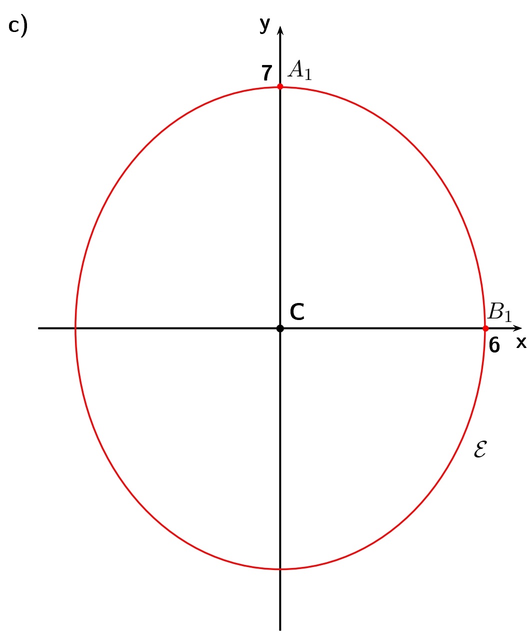
05 4. Aplicando la definición, obtenga una ecuación de la elipse de ejes $\overline{A_1A_2}$ y $\overline{B_1B_2}$, representada a seguir.



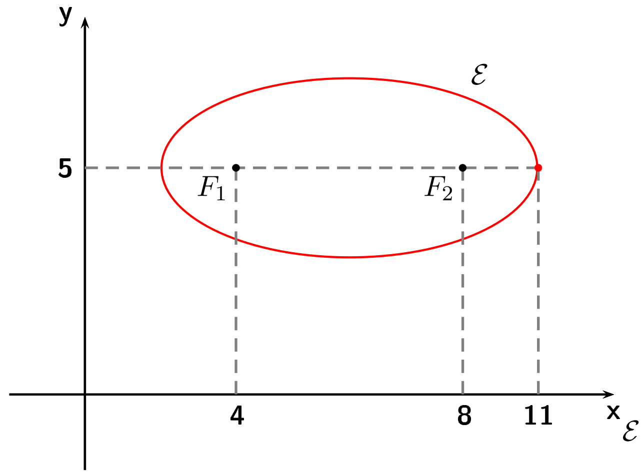
$\boxed{06}$ 5. Obtenga la ecuación reducida de la elipse $\mathscr{E}$ de centro C y ejes $\overline{A_1A_2}$ y $\overline{B_1B_2}$, en cada uno de los casos.



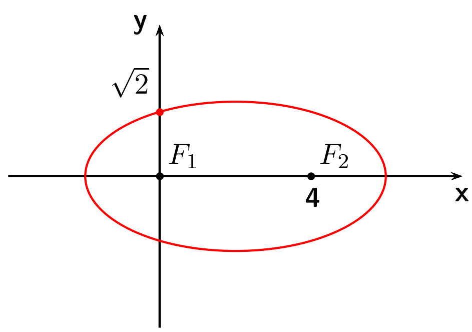




$\boxed{08}$ 6. Determine las excentricidades de la elipse $\mathscr{E}$ de focos F_1 y F_2.



$\boxed{09}$ 7. Obtenga la ecuación reducida de la elipse de focos F_1 y F_2.



$\boxed{10}$ 8. Obtenga la ecuación reducida de la elipse de excentricidad $e = 0,8$ y focos $F_1(-4, 0)$ y $F_2(4, 0)$.

$\boxed{12}$ 9. En una elipse, los focos son $F_1(3, 2)$ y $F_2(11, 2)$, el eje menor mide 4 unidades. Obtenga la ecuación reducida de esa elipse.

$\boxed{13}$ 10. Determine la ecuación reducida de la elipse $\mathscr{E}$, en cada uno de los siguientes casos.

(a) $(\mathscr{E})\ 5x^2 + 3y^2 = 15$

(b) $(\mathscr{E})\ 4(x-1)^2 + 9(y+4)^2 = 36$

(c) $(\mathscr{E})\ x^2 + 16y^2 - 6x - 7 = 0$

(d) $(\mathscr{E})\ 4x^2 + 9y^2 - 16x - 20 = 0$

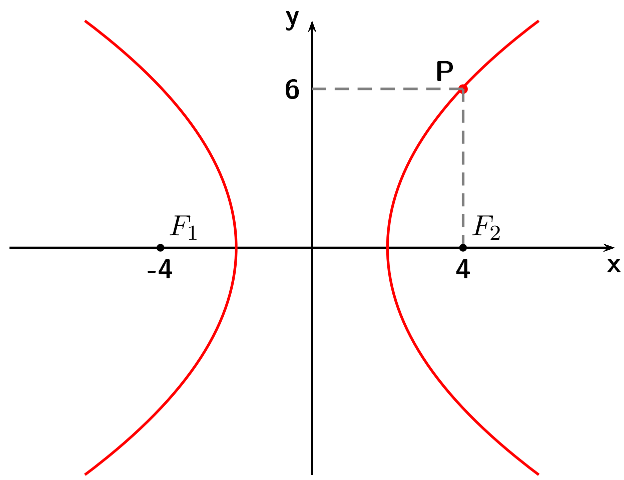
(e) $(\mathscr{E})\ 4x^2 + 25y^2 - 50y - 75 = 0$

$\boxed{15}$ 11. Considerando la recta r y la elipse $\mathscr{E}$, de ecuaciones $2x+y-10=0$ y $\dfrac{(x-5)^2}{3}+\dfrac{y^2}{6}=1$, respectivamente:

(a) Represente gráficamente r y $\mathscr{E}$.

(b) Determine, si existiesen, los puntos comunes a r y $\mathscr{E}$.

$\boxed{17}$ 12. El gráfico a seguir representa una hipérbole $\mathscr{H}$ de focos F_1 y F_2.



(a) Determine la medida del eje real de $\mathscr{H}$.

(b) Determine la distancia focal de $\mathscr{H}$.

(c) Determine la medida del eje imaginario de $\mathscr{H}$.

(d) Determine la excentricidad de $\mathscr{H}$.

(e) Determine las coordenadas del centro C de $\mathscr{H}$.

(f) Trace el rectángulo referencia de $\mathscr{H}$.

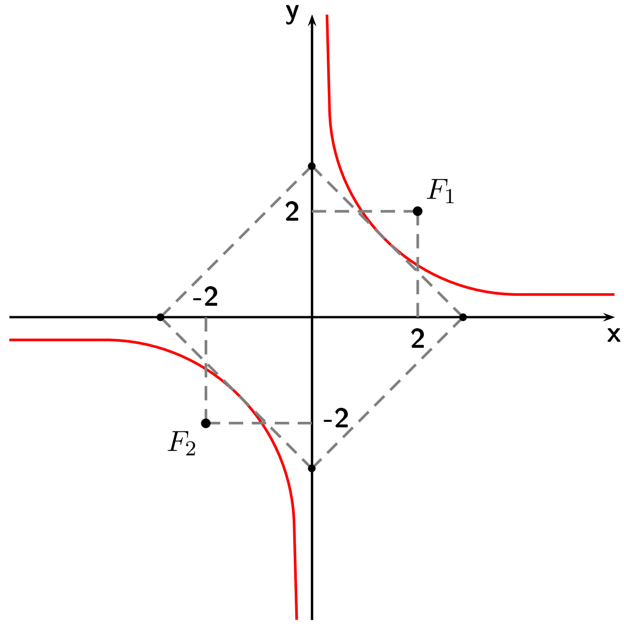
(g) Trace las asíntotas de $\mathscr{H}$.

(h) Obtenga las ecuaciones de las asíntotas de $\mathscr{H}$.

$\boxed{19}$ 13. Aplicando la definición, obtenga una ecuación de la hipérbole $\mathscr{H}$ de focos $F_1(-3,0)$ y $F_2(3,0)$, cuyo eje real mide 2 unidades.

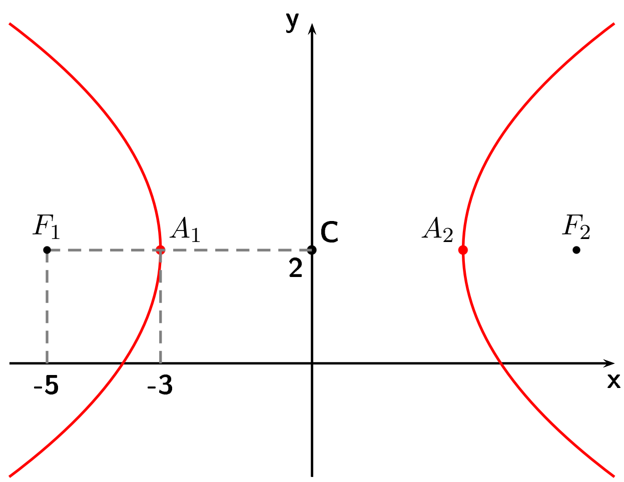
$\boxed{20}$ 14. Los focos de una hipérbole $\mathscr{H}$ son $F_1(2,2)$ y $F_2(0,0)$, y el eje real mide 2 unidades. Aplicando la definición, obtenga una ecuación de esa hipérbole.

$\boxed{21}$ 15. En el plano cartesiano xOy, toda hipérbole equilátera cuyas asíntotas son los ejes Ox y Oy puede ser representada por una ecuación de la forma $xy = K$, siendo k una constante real no nula. Constate la veracidad de esa afirmación para un caso particular. Por ejemplo, obtenga la ecuación de la hipérbole equilátera de focos $F_1(2, 2)$ y $F_2(-2, -2)$, representada abajo.

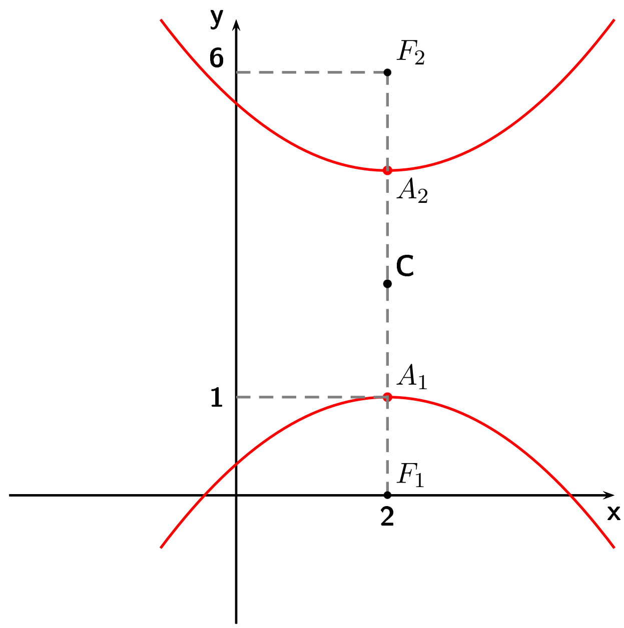


$\boxed{23}$ 16. Obtenga la ecuación reducida de la hipérbole $\mathscr{H}$ de centro C, eje real $\overline{A_1A_2}$ y focos F_1 y F_2, en cada uno de los casos.

a)



b)



24 17. Esboce el gráfico de la hipérbole $\mathscr{H}$, en cada uno de los casos.

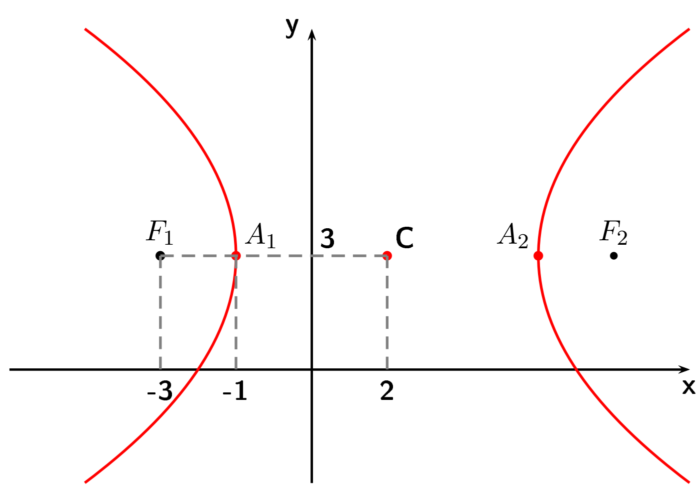
(a) $\dfrac{(x-6)^2}{16} - \dfrac{(y-2)^2}{9} = 1$

(b) $\dfrac{(y+3)^2}{36} - \dfrac{(x-1)^2}{64} = 1$

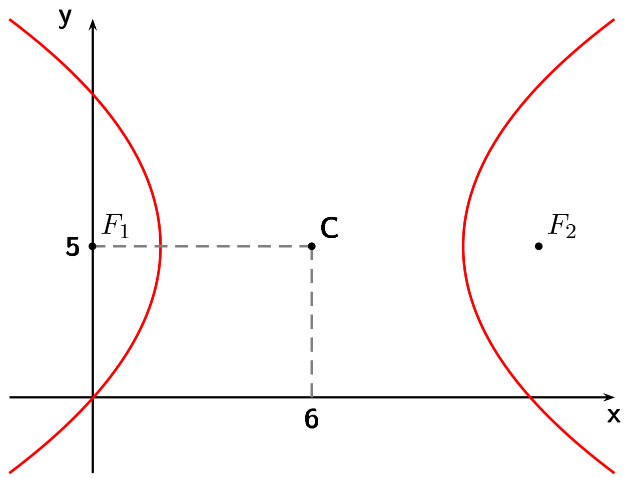
(c) $\dfrac{(x+4)^2}{8} - y^2 = 1$

(d) $x^2 - y^2 = 1$

25 18. Determine la excentricidad de la hipérbole $\mathscr{H}$ de focos F_1 y F_2 y centro C.



26 19. Determine la ecuación reducida de la hipérbole $\mathscr{H}$ de centro C y focos F_1 y F_2, representada a seguir.



27 20. Determine la ecuación de la hipérbole equilátera de centro en el origen, cuya distancia focal es $2c = 8$ y cuyo eje real es horizontal.

28 21. Obtenga las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbole, en los siguientes casos:

(a) $x^2 - y^2 = 1$

(b) $\dfrac{x^2}{4} - y^2 = 1$

(c) $\dfrac{y^2}{16} - \dfrac{(x-4)^2}{9} = 1$

29 22. Escriba la ecuación reducida de la hipérbole de excentricidad $e = 1,25$ y focos $F_1(-5,0)$ y $F_2(5,0)$.

30 23. Represente, mediante la ecuación reducida, la hipérbole que pasa por el punto $P(2,3)$ y tiene como focos los puntos $F_1(-2,0)$ y $F_2(2,0)$.

31 24. Obtenga una ecuación reducida de la hipérbole $\mathscr{H}$, en cada uno de los siguientes casos.

(a) $4x^2 - 3y^2 = 12$

(b) $5(x-2)^2 - 2(y+3)^2 = 10$

(c) $x^2 - 4y^2 - 6x + 5 = 0$

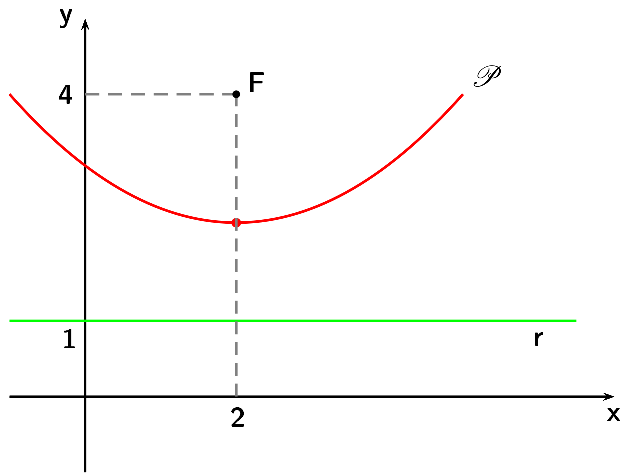
(d) $x^2 - y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$

(e) $4y^2 - 9x^2 - 8y + 18x - 41 = 0$

32 25. Represente gráficamente la hipérbole de ecuación $9y^2 - 16x^2 - 160x - 544 = 0$.

33 26. Dibuje las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbole representada por $4x^2 - y^2 - 16x + 6y - 9 = 0$.

$\boxed{36}$ 27. El gráfico abajo muestra una parábola $\mathscr{P}$ de foco F y directriz r, paralela al eje $0x$.



Obtenga:

(a) La ecuación de la directriz de $\mathscr{P}$;

(b) El parámetro de $\mathscr{P}$;

(c) La ecuación del eje de simetría de $\mathscr{P}$;

(d) La ordenada del punto que pertenece a la parábola y tiene abscisa 1.

$\boxed{37}$ 28. Obtenga una ecuación de la parábola de foco $F(0,4)$ y directriz $(r) y-2=0$.

$\boxed{38}$ 29. Determine una ecuación de la parábola de foco $F(1,2)$ y directriz $(r) x+y-3=0$.

$\boxed{39}$ 30. En el plano cartesiano $x0y$, el conjunto de los puntos $P=(x,y)$, que están a una misma distancia del punto $F=(0,2)$ y del eje $0x$, es:

(a) La parábola de ecuación $y=\dfrac{x^2}{2}+4$.

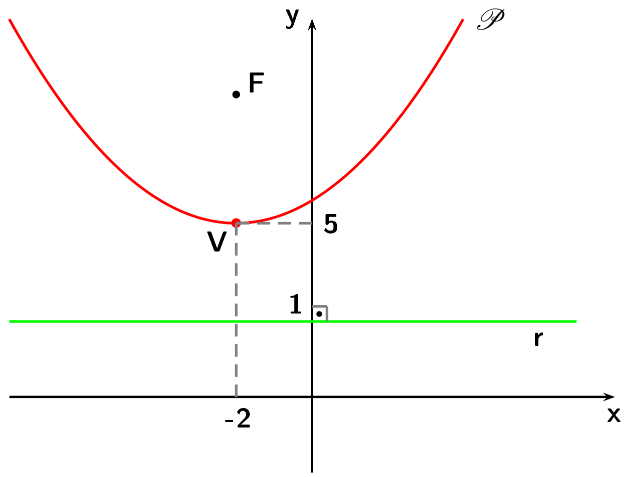
(b) La parábola de ecuación $y=\dfrac{x^2}{4}+1$.

(c) La parábola de ecuación $y=4x^2+1$.

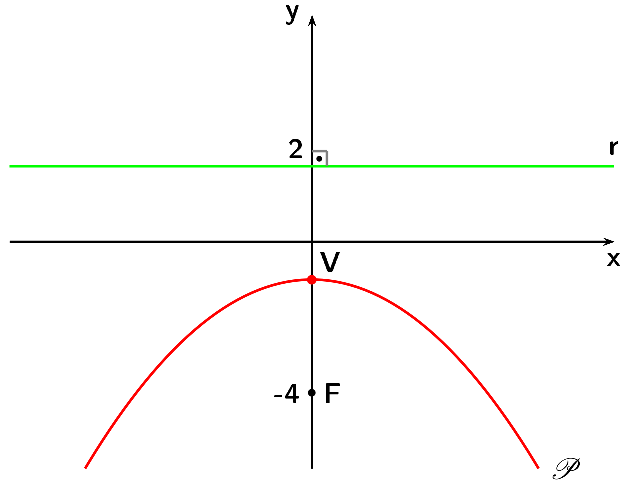
(d) La parábola de ecuación $y=2x^2+1$.

$\boxed{40}$ 31. Obtenga la ecuación reducida de la parábola letra P de vértice V, foco F y directriz r, en los siguientes casos:

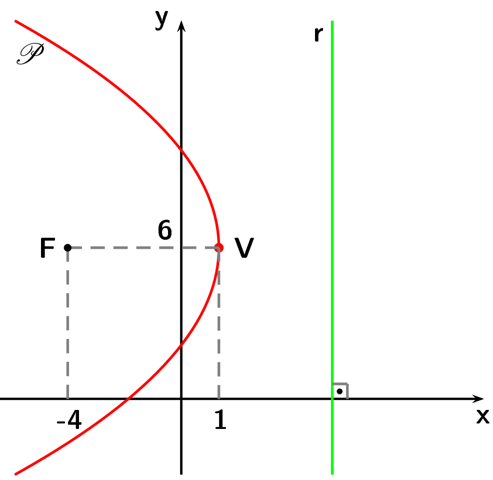
a)



b)



c)



$\boxed{41}$ 32. Esboce la gráfica de la parábola letra P, representando también el foco, la directriz y los puntos de intersección con los ejes coordenados, en los siguientes casos:

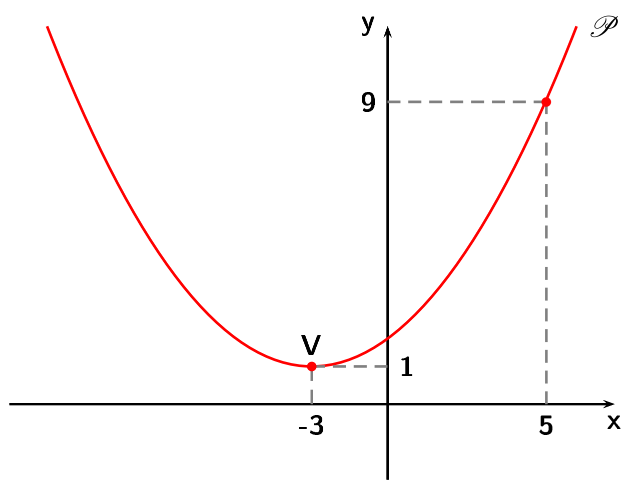
(a) $(\mathscr{P})\ x^2 = 8(y-10)$

(b) $(\mathscr{P})\ (x-3)^2 = -20(y-1)$

(c) $(\mathscr{P})\ (y-3)^2 = 16(x-6)$

(d) $(\mathscr{P})\ (y+3)^2 = -12(x+4)$

$\boxed{42}$ 33. La parábola $\mathscr{P}$, abajo, tiene vértice V y el eje de simetría perpendicular al eje $0x$. Muestre su ecuación reducida.



$\boxed{43}$ 34. Escriba en la forma reducida la ecuación de la parábola $\mathscr{P}$ en cada uno de los siguientes casos:

(a) $y = 3x^2 + 6x - 5$

(b) $x = y^2 - 6y + 7$

(c) $y = \dfrac{x^2}{4} - x - 3$

$\boxed{44}$ 35. Obtenga el vértice V de la parábola de ecuación $y = 2x^2 - 8x + 1$.

$\boxed{45}$ 36. ¿Cual es el parámetro de la parábola de ecuación $x = 5y^2 + y$?

$\boxed{47}$ 37. Para el estudio de un cometa, cuya órbita es una parábola con el Sol en el foco, un astrónomo imaginó un sistema cartesiano ortogonal en el plano de esa órbita, adoptando en los ejes una unidad u, conveniente para grandes distancias. En relación a ese sistema, la ecuación de la trayectoria del cometa es $x^2 = 12(y-4)$. En el momento en que el cometa pase por el punto (8,1), su distancia al Sol será igual a:

(a) 25 (b) 10 (c) 12 (d) 144 (e) 5

$\boxed{49}$ 38. Observe algunas descripciones del denominado concepto de Lugar Geométrico:

1. El Lugar Geométrico de los puntos P del plano, cuya distancia a un punto fijo C es constante.
2. El Lugar Geométrico de los puntos P del plano, cuyo módulo de la diferencia de las distancias a dos puntos fijos y distintos F y $F´$ es una constante positiva $2a$, menor que $FF´$.
3. El Lugar Geométrico de los puntos P del plano, cuya suma de las distancias a dos puntos fijos y distintos F y $F´$ es constante y mayor que $FF´$.

Esos Lugares Geométricos pueden ser asociados a la definiciones de las figuras:

(a) **A.** Hipérbole (b) **B.** Circunferencia (c) **C.** Elipse

Las asociaciones correctas son:

(a) I-A; II-B; III-C
(b) I-C; II-A; III-B
(c) I-B; II-C; III-A
(d) I-B; II-A; III-C
(e) I-C; II-B; III-A

$\boxed{50}$ 39. Determine la ecuación y realice, en el plano cartesiano, el gráfico del lugar geométrico:

(a) De todos los puntos equidistantes de los puntos (1,0) y (0,1).
(b) De todos los puntos situados a una unidad de distancia del punto (1,-1).

$\boxed{51}$ 40. Dados los puntos $A(3,0)$ y $O(0,0)$:

(a) Obtenga una ecuación del Lugar Geométrico de los puntos Q del plano cartesiano tal que la distancia QA sea el doble de la distancia QO.
(b) Represente en el plano cartesiano el gráfico del Lugar Geométrico del item **a**.

$\boxed{52}$ 41. Obtenga una ecuación del lugar geométrico dos los puntos del plano cartesiano cuya distancia a la recta $(s)\ y - 4 = 0$ sea el triple de la distancia al origen O del sistema de ejes.

$\boxed{53}$ 42. Dada la recta $(r)\ 3x - 4y - 1 = 0$:

(a) Obtenga una o más ecuaciones del Lugar Geométrico de los puntos del plano cartesiano que distan 4 unidades de la recta r.
(b) Represente en el plano cartesiano el gráfico del Lugar Geométrico del item **a**.

$\boxed{54}$ 43. Considerando las rectas $(r)\ x + 2y - 3 = 0$ y $(s)\ x + 2y + 5 = 0$:

(a) Obtenga una ecuación del Lugar Geométrico de los puntos del plano cartesiano equidistante de r y s.
(b) Represente en el plano cartesiano las rectas r y s y el Lugar Geométrico del item **a**.