Ejercicios de Geometría Analítica: Punto y Recta

MarioProfe

24 de marzo de 2025

Los números encerrados en cuadritos corresponden al número del Ejercicio que aparece en la hoja de respuestas suministrada

$\boxed{01}$ 1. En cada uno de los itens a continuación, calcule la distancia entre los puntos A y B.

(a) $A(2, 4)$ y $B(8, 12)$

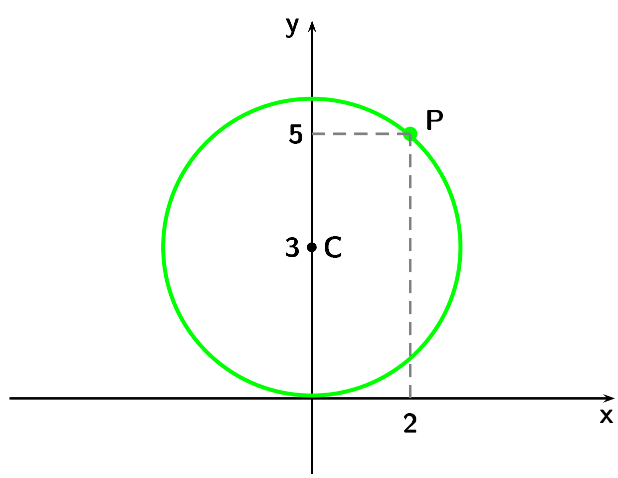
(b) $A(0, 2)$ y $B(4, 0)$

(c) $A(-2, 6)$ y $B(3, 18)$

(d) $A(-1, -4)$ y $B(-3, -8)$

$\boxed{02}$ 2. Un punto P del primer cuadrante tiene abscisa 15 y dista 17 unidades del origen O del sistema de coordenadas. Determine la ordenada de P.

$\boxed{03}$ 3. Calcule la medida del radio de la circunferencia de centro C representada en el siguiente plano cartesiano.



$\boxed{04}$ 4. Sean los puntos $A(2, 5)$, $B(10, -1)$ y $C(9, -2)$.

(a) Calcule el perímetro del triángulo ABC.

(b) Muestre que ABC es un triángulo rectángulo.

$\boxed{05}$ 5. El punto $A(2,6)$ dista 10 unidades de un punto P del eje de las abscisas. Determine el punto P. (Nota: Determinar un punto, en Geometría Analítica, significa determinar las coordenadas de ese punto.)

$\boxed{07}$ 6. La distancia entre el punto $A(2,-8)$ y un punto Q de la bisectriz de los cuadrantes pares es $2\sqrt{5}$. Determine el punto Q.

$\boxed{07}$ 7. Los puntos $A(2,6)$ y $B(3,7)$ son vértices del triángulo ABC, rectángulo en A. El vértice C está sobre el eje $0x$. La abscisa del punto C es:

(a) 8,5

(b) 9

(c) 9,5

(d) 8

$\boxed{08}$ 8. En cada uno de los itens abajo, el punto C está entre los puntos A y B. Determine la razón en que el punto C divide el segmento $\overline{AB}$, de A para B.

(a) $A(4,9), B(10,12)$ y $C(6,10)$

(b) $A(-1,8), B(6,1)$ y $C(4,3)$

(c) $A\left(4,\dfrac{2}{5}\right), B\left(10,\dfrac{3}{2}\right)$ y $C\left(7,\dfrac{19}{20}\right)$

$\boxed{09}$ 9. Determine el punto C, interno al segmento $\overline{AB}$, que divide ese segmento, de A para B, en la razón r, en cada uno de los siguientes casos.

(a) $A(3,5), B(12,11)$ y $r=\dfrac{1}{2}$

(b) $A(-1,12), B(8,0)$ y $r=\dfrac{2}{3}$

(c) $A\left(1,\dfrac{3}{4}\right), B\left(\dfrac{13}{2},\dfrac{1}{5}\right)$ y $r=\dfrac{5}{2}$

$\boxed{10}$ 10. Dados los puntos $A(5,1)$ y $B(4,8)$, determine los puntos C y D que dividen el segmento $\overline{AB}$ en tres partes congruentes.

$\boxed{11}$ 11. El segmento de extremos $A(1,-1)$ y $B(4,5)$ es prolongado, en el sentido de A para B, hasta un punto M de modo que su longitud se triplique. El punto M es dado por:

(a) (9,16) (b) (9,17) (c) (10,16) (d) (10,17) (e) n.d.a

$\boxed{12}$ 12. Determine el punto medio M del segmento $\overline{AB}$ en cada uno de los siguientes casos.

(a) $A(5,9)$ y $B(1,13)$

(b) $A\left(2,\dfrac{3}{2}\right)$ y $B(-1,2)$

(c) $A(\sqrt{2}, 1+\sqrt{3})$ y $B(1-\sqrt{2}, \sqrt{3}-1)$

13 13. Las bases $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ de un trapecio son tales que $A(0,8), B(1,6), C(-1,2)$ y $D(-4,0)$. Calcule la longitud de la base media del trapecio. (Nota: La base media del trapecio es el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos.)

14 14. Calcule la longitud de la mediana $\overline{AM}$ del triángulo ABC, en que $A(3,7), B(-8,8)$ y $C(2,10)$.

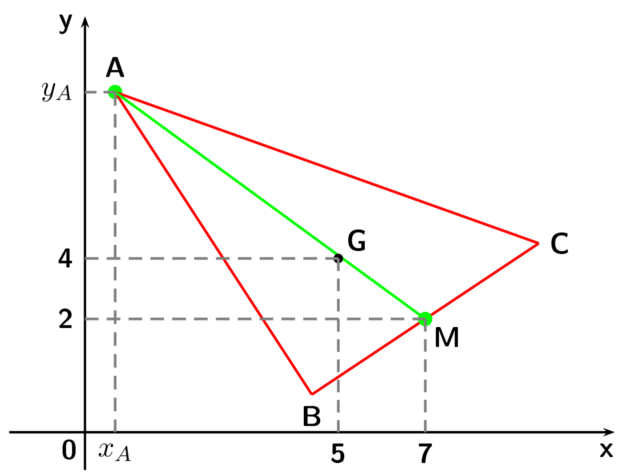
16 15. Dos vértice consecutivos de un paralelogramo $ABCD$ son los puntos $A(1,6)$ y $B(3,8)$. Determine los vértices C y D, sabiendo que las diagonales de ese paralelogramo se cruzan en el punto $P\left(\frac{3}{2}, 5\right)$.

17 16. Determine el simétrico del punto A en relación al punto Q, en los siguientes casos:

(a) $A(3,6)$ y $Q(5,9)$

(b) $A(-3,8)$ y $Q\left(2, \frac{4}{3}\right)$

18 17. El segmento $\overline{AM}$ es la mediana y el punto G es el baricentro del triángulo ABC abajo. Determine las coordenadas del vértice A.



19 18. Obtenga el baricentro G del triángulo ABC en los siguientes casos:

(a) $A(1,3), B(8,1)$ y $C(6,5)$

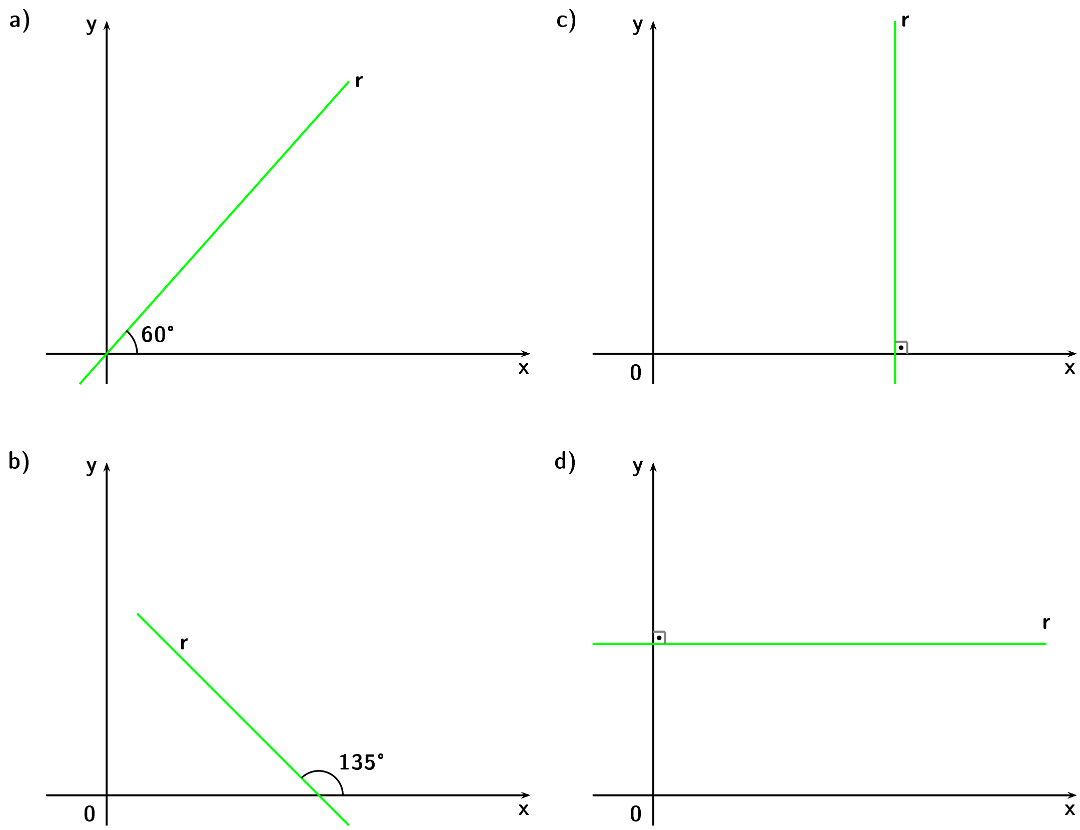
(b) $A\left(\frac{3}{2}, 4\right), B\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ y $C\left(2, \frac{5}{6}\right)$

20 19. Para estudiar el movimiento de un astro que se desplaza con velocidad constante en trayectoria rectilínea, un astrónomo fijó un plano cartesiano, que contiene esa trayectoria y adoptó en los ejes coordenados una unidad conveniente para grandes distancias. En cierto momento, el científico observo que el astro estaba en el punto $A(3,6)$ y cuatro minutos después estaba en el punto $B(5,8)$.

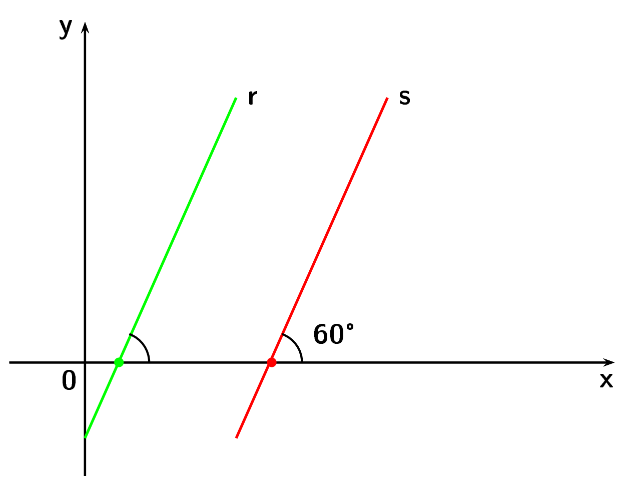
(a) ¿Cual era la posición del astro dos minutos después de pasar por el punto A?

(b) ¿Cual era la posición del astro un minuto después de pasar por el punto A?

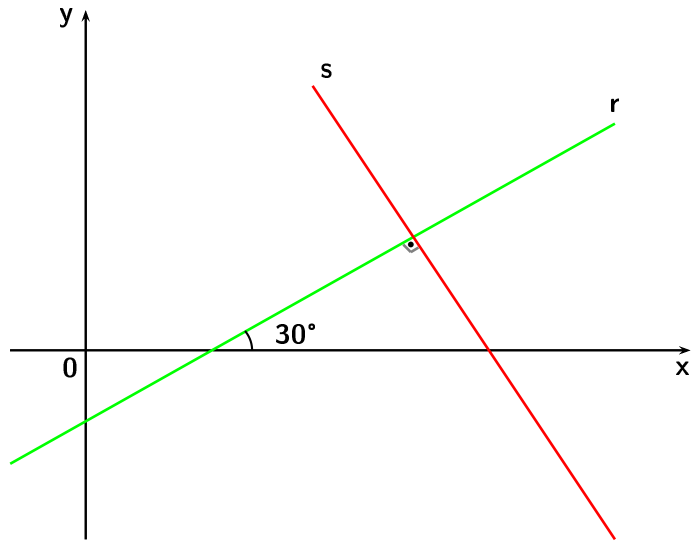
21 20. Determine la inclinación α y el coeficiente angular m de la recta r en cada uno de los siguientes casos:



22 21. Las rectas r y s representadas en el plano cartesiano abajo son paralelas. Determine la inclinación y el coeficiente angular de la recta r.

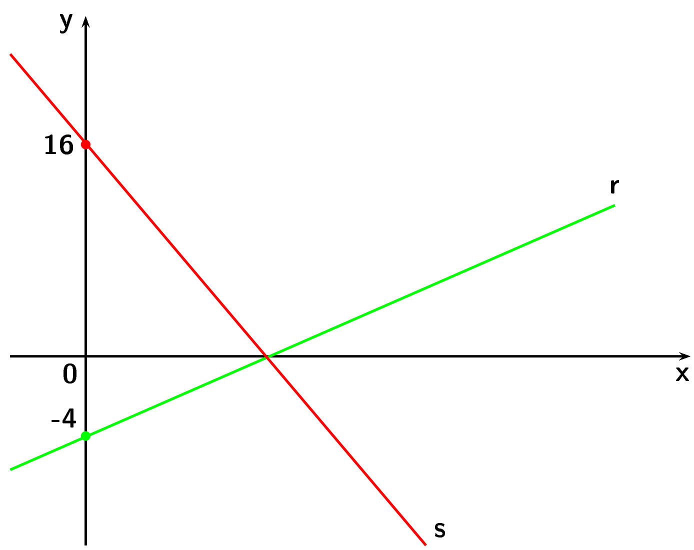


23 22. Las rectas r y s representadas en el plano cartesiano a seguir son perpendiculares. Determine la inclinación y el coeficiente angular de la recta s.



24 23. Dibuje en su cuaderno el sistema cartesiano de ejes ortogonales y represente, en el plano cartesiano así obtenido, la recta r que pasa por el punto $P(-4, 0)$ y tiene coeficiente angular igual a 1.

26 24. En el plano cartesiano siguiente están representadas las rectas r y s.



De acuerdo con ese gráfico, clasifique como Verdadero (V) o Falso (F) cada una de las siguientes afirmaciones.

(a) La inclinación de la recta s es mayor que la inclinación de la recta r.

(b) El coeficiente angular de la recta s es mayor que el coeficiente angular de la recta r.

(c) Siendo m_r y m_s, los coeficientes angulares de las rectas r y s, respectivamente, se tiene $|m_r| < |m_s|$.

(d) El coeficiente angular de la recta r es negativo.

(e) El coeficiente angular de la recta s es negativo.

(f) La suma de las inclinaciones de las rectas r y s puede ser mayor que 180º

$\boxed{27}$ 25. Determine el coeficiente angular m de la recta $\overleftrightarrow{AB}$ en cada uno de los siguientes casos:

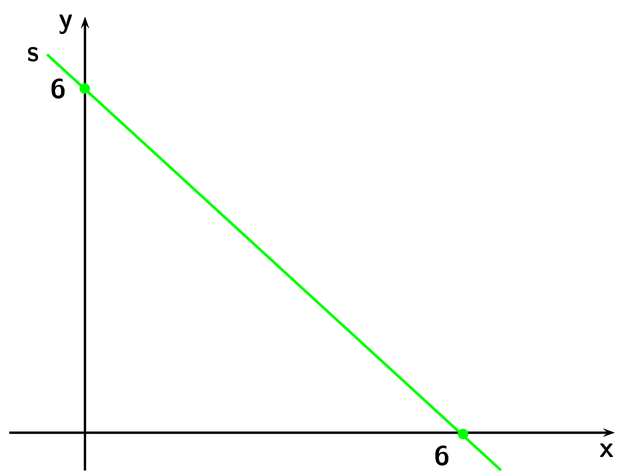
(a) $A(1, 6)$ y $B(4, 9)$

(b) $A(-6, 4)$ y $B(3, -5)$

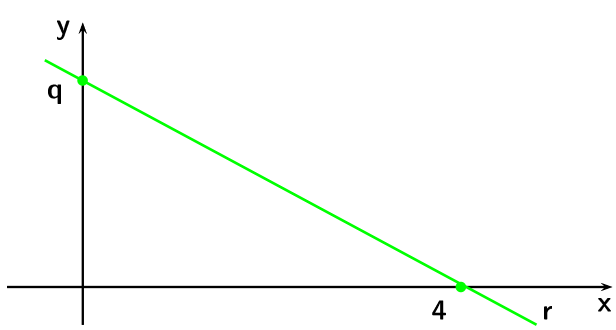
(c) $A(2, 6)$ y $B(10, 6)$

(d) $A(-4, 2)$ y $B(-4, 8)$

$\boxed{28}$ 26. Determine el coeficiente angular m y la inclinación α de la recta s representada abajo.



$\boxed{29}$ 27. La recta r representada abajo tiene 150º de inclinación. Determine la ordenada q del punto en que r intercepta el eje $0y$.



$\boxed{30}$ 28. La recta r que pasa por el punto $A(2,5)$ y tiene $135^{\underline{o}}$ de inclinación intercepta el eje de las abscisas en el punto:

(a) (7,0)
(b) (-7,0)
(c) (5,0)
(d) (-5,0)
(e) (0,0)

$\boxed{31}$ 29. En cada uno de los siguientes casos, calcule el coeficiente angular de las rectas $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ y clasifique las rectas como paralelas o concurrentes.

(a) $A(4,6)$ y $B(7,9); C(1,2)$ y $D(5,6)$
(b) $A(2,-3)$ y $B(1,4); C(5,8)$ y $D(3,9)$
(c) $A(6,9)$ y $B(6,1); C(2,8)$ y $D(2,12)$

$\boxed{32}$ 30. La recta r es horizontal y pasa por los puntos $A(5,2k-8)$ y $B(7,5k+12)$. Determine el número real k.

$\boxed{33}$ 31. Verifique si los puntos A, B y C son o no colineales, en los siguientes casos:

(a) $A(4,2), B(6,8)$ y $C(7,11)$
(b) $A\left(\dfrac{1}{3},-2\right), B(0,-5)$ y $C\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{7}{2}\right)$
(c) $A(5,2), B(3,1)$ y $C(4,2)$
(d) $A\left(\dfrac{1}{4},2\right), B\left(\dfrac{2}{5},2\right)$ y $C\left(\dfrac{3}{4},2\right)$
(e) $A(-3,-4), B(1,-4)$ y $C(3,-4)$

$\boxed{34}$ 32. Determine el número real k para que los puntos $A(3,-2), B(4,5)$ y $C(k,-9)$ sean colineales.

$\boxed{35}$ 33. Determine el número real q para que los puntos $A(6,2), B(1,4)$ y $C(2,q+3)$ sean vértices de un triángulo.

$\boxed{36}$ 34. Sean $P(a,b), Q(1,3)$ y $R(-1,-1)$ puntos del plano. Si $a+b=7$, determine P de modo que P, Q y R sean colineales.

$\boxed{37}$ 35. Si el punto (x,y) pertenece a la misma recta que los puntos $A(2,5)$ y $B(4,9)$, entonces:

(a) $y=2x+1$
(b) $y=3x-1$
(c) $y=x$
(d) $y=3-2x$
(e) $y=5x-4$

$\boxed{38}$ 36. Obtenga una ecuación de la recta que pasa por el punto P y tiene coeficiente angular m en cada uno de los siguientes casos:

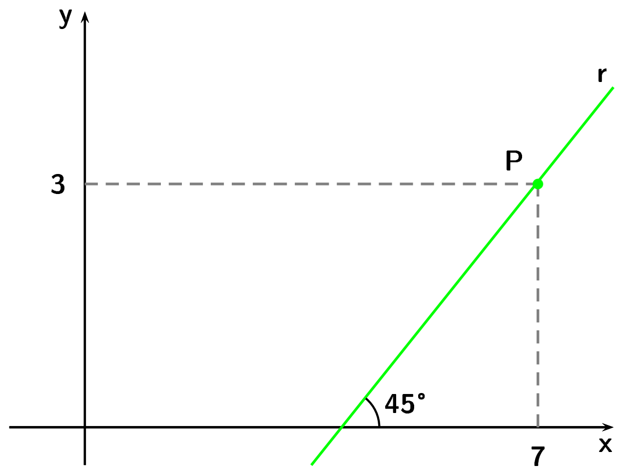
(a) $P(6,3)$ y $m = 2$

(b) $P(4,-5)$ y $m = 1$

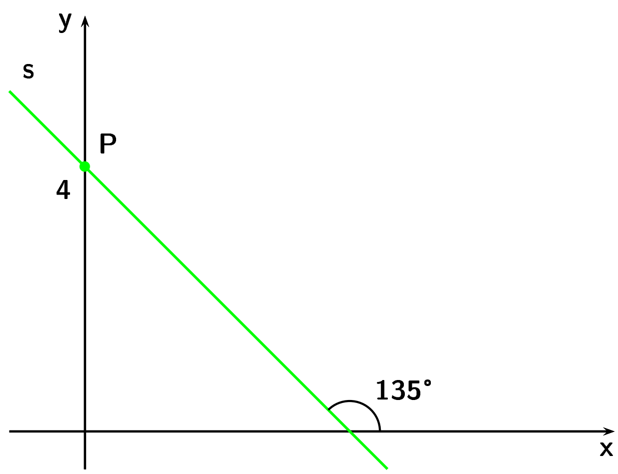
(c) $P\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{4}\right)$ y $m = -\dfrac{5}{6}$

39 37. Obtenga una ecuación para cada una de las rectas representadas a seguir.

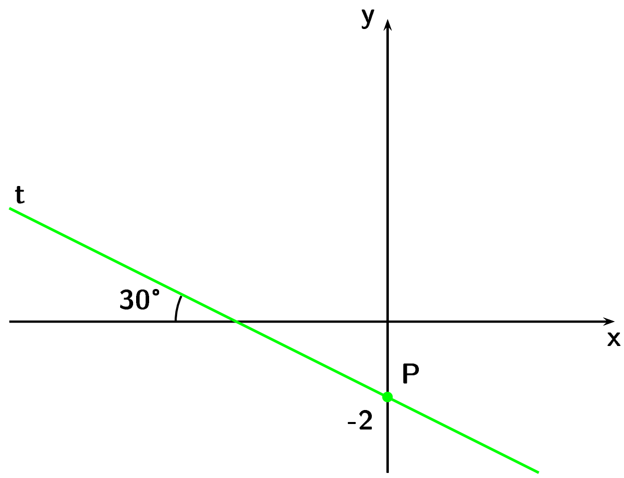
a)



b)



c)



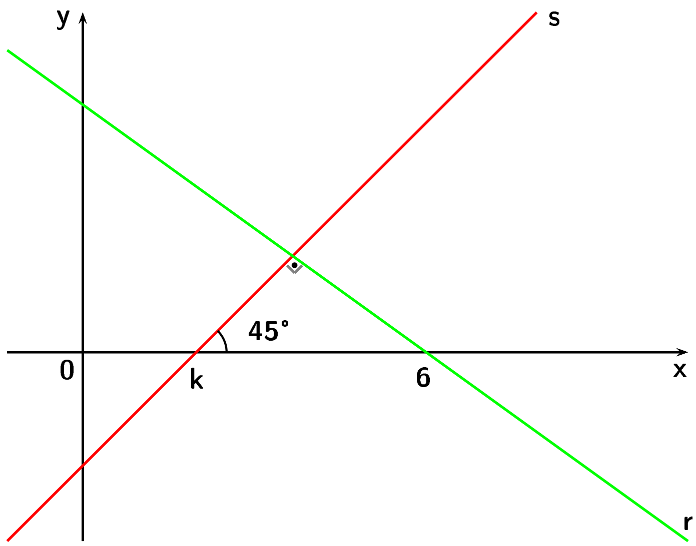
40 38. Represente, por medio de una ecuación, la recta que pasa por los puntos A y B en los siguientes casos:

(a) $A(2,3)$ y $B(6,11)$

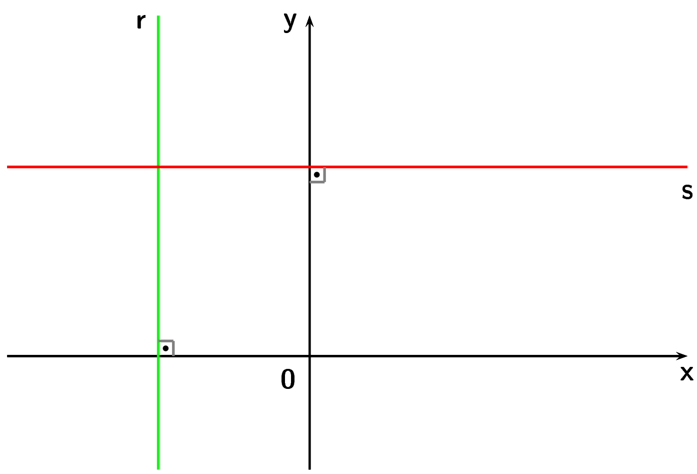
(b) $A(-1,5)$ y $B(2,-1)$

(c) $A(4,8)$ y $B(6,8)$

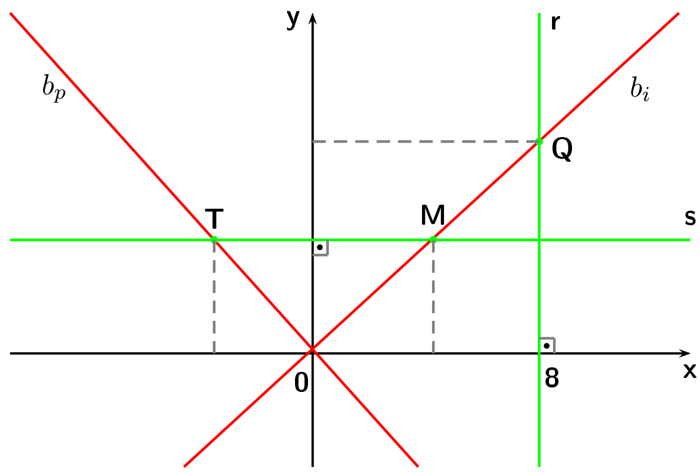
41 39. Obtenga una ecuación de la recta r representada en el siguiente plano cartesiano.



42 40. Obtenga las ecuaciones de las rectas r y s representadas abajo, sabiendo que: $r \cap s = \{(-2,3)\}$



43 41. En el gráfico abajo, b_p y b_i, son las bisectrices de los cuadrantes pares e impares, respectivamente y M y el punto medio del segmento $\overline{OQ}$. Determine los puntos M, Q y T.



44 42. Determine el punto P, perteneciente a la bisectriz de los cuadrantes impares, cuya distancia al punto $Q(1, 3)$ es igual a 10.

45 43. Determine el punto P, perteneciente a la bisectriz de los cuadrantes pares, cuya distancia al punto $Q(0, -1)$ es igual a 5.

46 44. Construya el gráfico cartesiano de la recta:

(a) q de la ecuación general $3x - 2y - 12 = 0$

(b) t de la ecuación general $2x + 3y = 0$

(c) v de la ecuación general $x - 6 = 0$

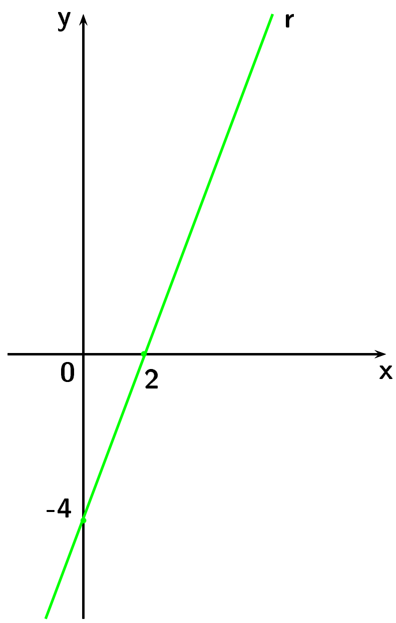
47 45. Los itens a seguir representan las ecuaciones de las rectas r y s. Obtenga dos puntos distintos cualquiera de cada recta y calcule su coeficiente angular a partir de esos puntos.

(a) (r) $x + 2y - 6 = 0$

(b) (s) $4x - 3y - 24 = 0$

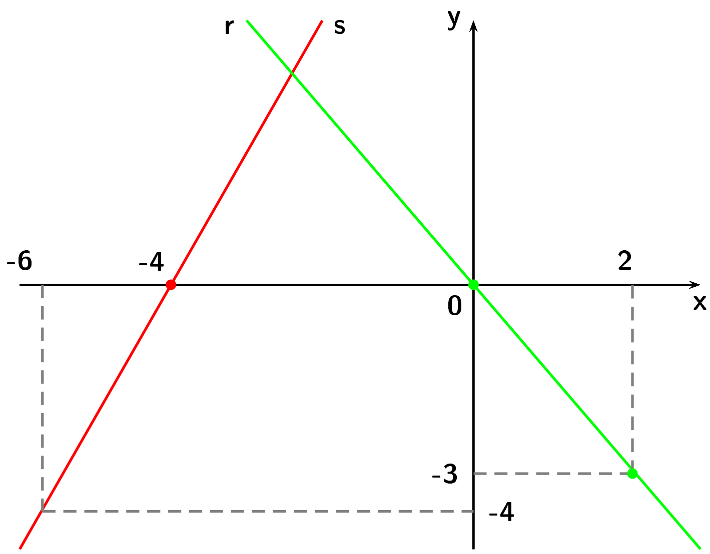
48 46. Dados el punto $A(2, 5)$ y la recta r de ecuación $x - y + 1 = 0$, determine el punto P perteneciente a r y distante 10 unidades de A.

$\boxed{49}$ 47. El gráfico abajo representa una recta r. Siendo O el origen del sistema de ejes, determine el punto P perteneciente a r tal que la distancia PO sea $4\sqrt{2}$.

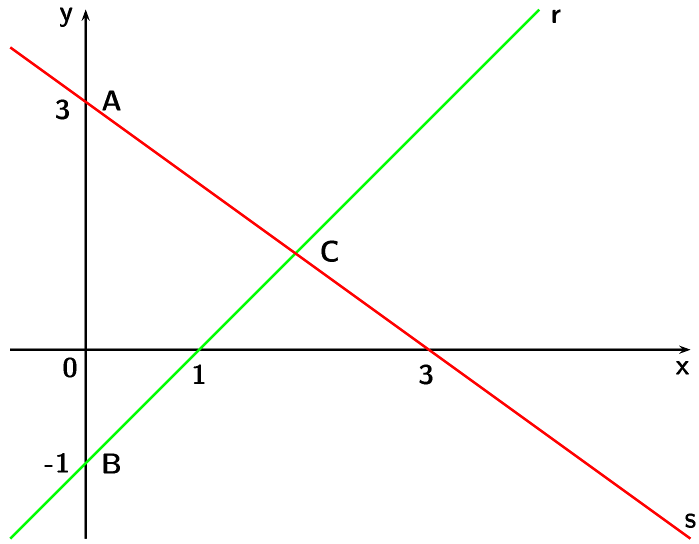


$\boxed{51}$ 48. En el plano cartesiano xOy, la recta r de ecuación $4x - 3y + 12 = 0$ intercepta los ejes Ox y Oy en los puntos P y Q, respectivamente. Calcule la distancia entre P y Q.

$\boxed{52}$ 49. Determine el punto de intersección de las rectas r y s representadas en el plano cartesiano abajo.



$\boxed{53}$ 50. Calcule el perímetro del triángulo ABC limitado por la rectas r y s y por el eje Oy, representados abajo.



$\boxed{55}$ 51. ¿En cual de las alternativas abajo las rectas r y s no son concurrentes?

(a) (r) $2x + 4y + 3 = 0$ y (s) $3x + 5y - 1 = 0$

(b) (r) $x + 2y - 4 = 0$ y (s) $3x - y + 1 = 0$

(c) (r) $4x + y - 3 = 0$ y (s) $6x - y + 1 = 0$

(d) (r) $x + y - 1 = 0$ y (s) $x - y + 2 = 0$

(e) (r) $2x + 3y - 1 = 0$ y (s) $4x + 6y + 3 = 0$

$\boxed{56}$ 52. Las rectas r y s tienen, respectivamente, las ecuaciones $4x+2y-3 = 0$ y $5x+ky-1 = 0$, siendo k un número real. ¿Para que valores de k las rectas r y s son concurrentes?

$\boxed{57}$ 53. Dos empresas, A y B, comercializan el mismo producto e iniciaron sus actividades simultáneamente. La relación entre el patrimonio (y) y el tiempo de actividad en años (x) de cada empresa es representada, respectivamente, por $A : x - 2y + 6 = 0$ y $B : x - 3y + 15 = 0$. Considerando esas relaciones, el patrimonio de la empresa A será superior al patrimonio de la empresa B a partir de cuantos años de actividad de esas empresas?

(a) 3

(b) 5

(c) 9

(d) 12

(e) 15

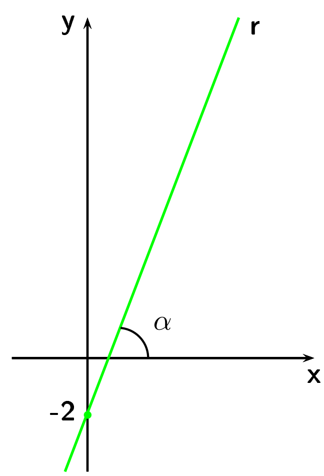
$\boxed{58}$ 54. Para publicar un libro, una editorial tuvo un costo fijo de producción de US \$ 30.000 más US \$ 4 por libro producido.

(a) ¿Cual es el costo total C, en Dólares, en función del número n de libros producidos?

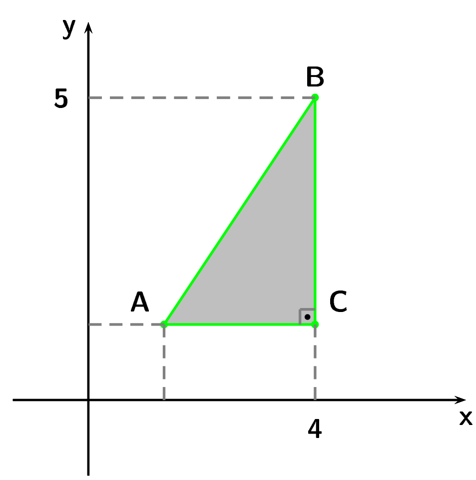
(b) El ingreso R es el total recaudado con la venta de los libros producidos. Sabiendo que cada libro es vendido por US \$ 9. Obtenga una ecuación que exprese R, en dólares, en función del número n de libros vendidos.

(c) ¿Cuantos libros, por lo mínimo, deben se producidos y vendidos para que los gastos sean todos pagos?

$\boxed{60}$ 55. La inclinación α de la recta r, representada abajo, es tal que $\operatorname{tg}\alpha = 3$. Obtenga la ecuación reducida de r.



$\boxed{61}$ 56. En el triángulo rectángulo ABC, representado abajo, la longitud del cateto $\overline{BC}$ es el doble de la longitud del cateto $\overline{AC}$. Obtenga la ecuación reducida de la recta $\overleftrightarrow{AB}$.



$\boxed{62}$ 57. Determine el coeficiente angular y el coeficiente lineal de las rectas r, s, t y u de ecuaciones:

(a) $(r)\ 5x + y - 2 = 0$

(b) $(s)\ 6x - 2y + 1 = 0$

(c) $(t)\ 7x + 4y = 0$

(d) $(u)\ \dfrac{2x}{3} + \dfrac{y}{2} = \dfrac{1}{4}$

$\boxed{63}$ 58. En Economía se destacan tres conceptos básicos: función costo (C), función ingreso (R) y función ganancia (L). La función C describe el costo de producción de un bien, la función R describe el total bruto recibido por la venta de determinada cantidad de producto fabricado, y la función ganancia (L), expresa la diferencia entre las funciones R y C, en ese orden.

El punto de intersección de los gráficos de las funciones R y C es llamado de *break-even point* (punto de equilibrio), que es el punto donde las funciones R y C se igualan; es decir, en ese punto, el ingreso generado por la venta de la cantidad producida se iguala al costo de producción y por tanto, no hay ganancia ni perdida.

Suponga que, para determinado período, un fabricante de tijera tiene un costo fijo de $ 4,00 por tijera fabricada. Si cada tijera es vendida por $ 12,00 y toda la producción de x tijeras es vendida en ese período, las funciones C, R y L y el *break-even point* son, respectivamente:

(a) $C(x) = 5.000 + 4x, R(x) = 8x, L(X) = 4x - 5.000$ y $(1.250,\ 10.000)$

(b) $C(x) = 5.000 + 12x, R(x) = 14x, L(X) = 2x - 5.000$ y $(2.500,\ 35.000)$

(c) $C(x) = 5.000 + 4x, R(x) = 12x, L(X) = 8x - 5.000$ y $(625,\ 7.500)$

(d) $C(x) = 1.000 + 8x, R(x) = 12x, L(X) = 4x - 1.000$ y $(250,\ 3.000)$

(e) $C(x) = 8.000 + 4x, R(x) = 12x, L(X) = 8x - 8.000$ y $(1.000,\ 12.000)$

$\boxed{64}$ 59. Considere las rectas r, s, t, u, v y z de ecuaciones:

- $(r)\ y = 5x + 2$
- $(s)\ y = 5x - 4$
- $(t)\ 10x - 2y + 4 = 0$
- $(u)\ 15x - 3y + 1 = 0$
- $(v)\ x = 7$
- $(z)\ x = 4$

Describa la posición relativa entre:

(a) r y s

(b) r y t

(c) s y u

(d) t y v

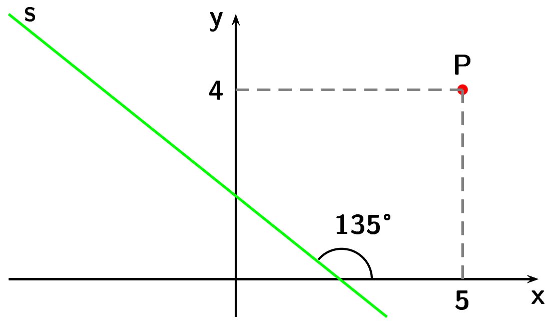
(e) u y v

(f) v y z

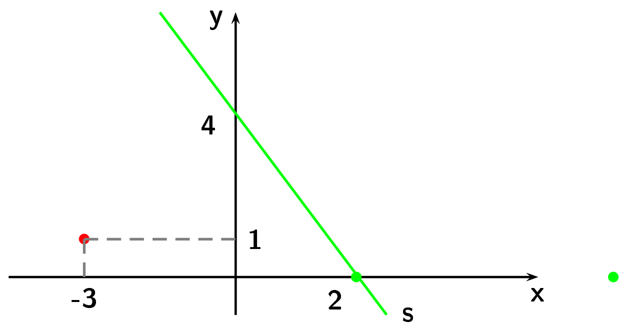
$\boxed{65}$ 60. Para que valor real p las rectas de ecuaciones $(p-1)x + 5y + 1 = 0$ y $2px + y - 2 = 0$ son paralelas?

$\boxed{66}$ 61. Las rectas r y s tienen ecuaciones $kx + 2y - 5 = 0$ y $y = \dfrac{5x}{4} + 2$, respectivamente. ¿Para que valores reales del parámetro k esas rectas son concurrentes?

67 62. Obtenga una ecuación general de la recta r que pasa por el punto $P(5,4)$ y es paralela a la recta s representada en el plano cartesiano a seguir.



68 63. ¿Cual es la ecuación general de la recta r que pasa por el punto $P(-3,1)$ y es paralela a la recta s representada en el plano cartesiano abajo?



70 64. En un paralelogramo $ABCD$, se tiene $A(3,1)$, $B(1,7)$ y $C(5,2)$, en que A y B son vértices consecutivos. Obtenga una ecuación general de la recta $\overleftrightarrow{CD}$.

73 65. Considere el ingreso R de una industria como la cuantía en dinero recibida por ella con la venta de los millares de litros de jugo que produce, y el costo de producción C como la cuantía que gasta para producir ese jugo. Llamamos Ganancia de esa empresa la diferencia, cuando es positiva, entre el ingreso y el costo de producción, y de perdida, esa diferencia cuando es negativa. Sabiendo que el ingreso R y el costo de producción C, referentes a la cantidad x en millares de litros de jugo producidos e vendidos por esa empresa, varían de acuerdo con las leyes $R = 2x$ y $C = x + 3$, en millares de US \$:

(a) Represente R y C en un mismo sistema cartesiano.

(b) Interprete el significado:

- del punto $P(x_p, y_p)$, común a las dos curvas;
- de la posición relativa de las dos curvas para $x < x_p$ y para $x > x_p$, de acuerdo con la situación presentada.

$\boxed{74}$ 66. Considera las rectas:

- $(r)\ 3x + 5y - 1 = 0$
- $(s)\ y = \dfrac{5x}{3} + 4$
- $(t)\ y = -\dfrac{5x}{3} + 4$
- $(u)\ x = 9$
- $(v)\ y - 1 = 0$
- $(z)\ 2x - 10y - 1 = 0$

Clasifique como Verdadera (V) o Falsa (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

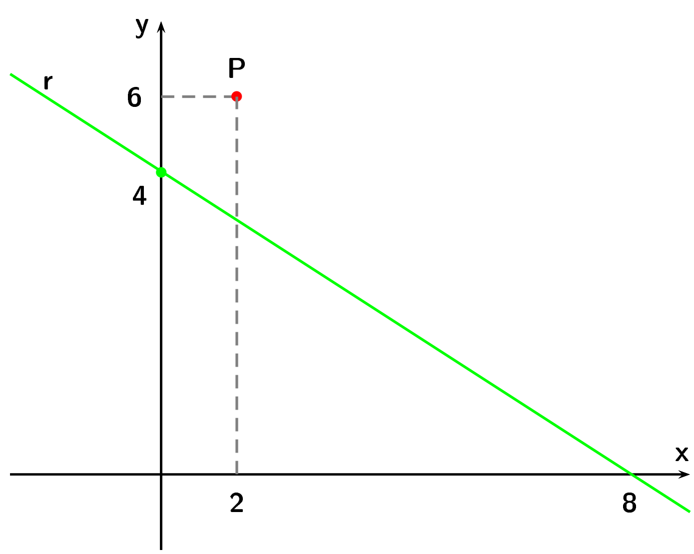
(a) Las rectas r y s son perpendiculares.
(b) Las rectas r y t son perpendiculares.
(c) Las rectas u y v son perpendiculares.
(d) Las rectas t y z son perpendiculares.
(e) Las rectas s y z son perpendiculares.
(f) Las rectas v y z son perpendiculares.

$\boxed{75}$ 67. Las rectas r y s tienen ecuaciones $(2-k)x + 3y - 1 = 0$ y $y = -\dfrac{5x}{4} + 2$, respectivamente. Determine el número real k para que r y s sean perpendiculares.

$\boxed{76}$ 68. Obtenga una ecuación de la recta s que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta r en los siguientes casos:

(a) $P(2, 4)$ y $(r)\ x + 2y - 10 = 0$
(b) $P(5, -6)$ y $(r)\ 3x - y - 1 = 0$
(c) $P(0, -4)$ y $(r)\ 5x + 4y = 0$
(d) $P(2, 5)$ y $(r)\ x - 6 = 0$

$\boxed{77}$ 69. Obtenga una ecuación de la recta s que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta r representada abajo.



78 70. Represente, por medio de una ecuación, la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ en los siguientes casos:

(a) $P(1,3), A(2,5)$ y $B(6,3)$

(b) $P(-2,6), A(1,9)$ y $B(2,15)$

(c) $P(-4,-2), A(3,5)$ y $B(0,7)$

(d) $P(6,-1), A(4,8)$ y $B(4,10)$

80 71. Determine la proyección ortogonal del punto P sobre la recta r en los siguientes casos:

(a) $P(8,1)$ y $(r)\ x-y+5=0$

(b) $P(2,6)$ y $(r)\ y=4$

81 72. Una de las diagonales de un cuadrado está contenida en la recta $x+y=4$. Determine los vértices de ese cuadrado, sabiendo que uno de ellos es el punto (1,1).

82 73. Las ecuaciones paramétricas de una recta r son:

$$\begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = 3 - t \end{cases}$$

En que el parámetro t asume todos los valores reales. Obtenga la ecuación reducida de la recta r.

83 74. Construya el gráfico de la recta r cuyas ecuaciones parámetricas son:

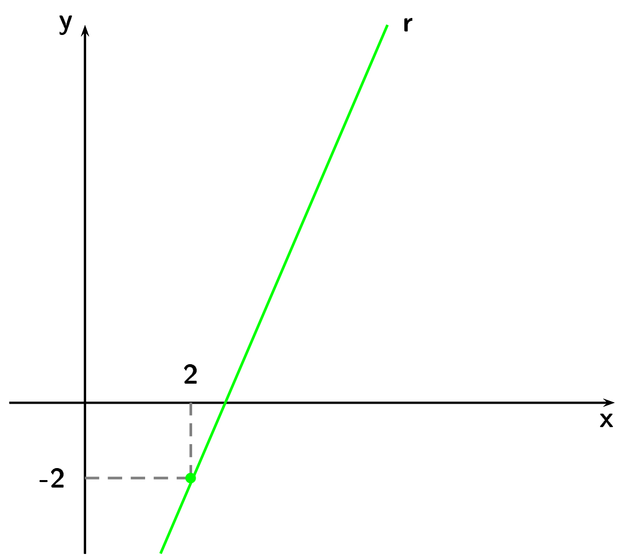
$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 6t - 1 \end{cases}$$

En que el parámetro es t.

84 75. La recta r, representada abajo, tiene ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = kt - 5 \end{cases}$$

En que el parámetro t asume todos los valores reales y k es una constante real. Determine el coeficiente angular de esa recta.



$\boxed{85}$ 76. Una bióloga analizo el crecimiento de un vegetal, en determinado período, constatando que la altura h de la planta, en centímetros, en función del tiempo t, en días, puede ser calculada por $h = 10 + 0,25t$. En el mismo período, la masa m de la planta, en gramos, en función del tiempo t, en días, puede ser calculada por $m = 3 + 0,1t$. De ese modo, la científica obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} h = 10 + 0,25t \\ m = 3 + 0,1t \end{cases}$$

En los resultados de la experiencia, la bióloga tuvo que describir el crecimiento de la planta por medio de una ecuación, relacionando apenas la altura h y la masa m. ¿Cual es esa ecuación?

$\boxed{86}$ 77. Al estudiar el movimiento de un proyectil, un científico concluyo que su trayectoria es plana y sus desplazamientos en metros, en forma horizontal y vertical son descritos, respectivamente, por las ecuaciones $x = t + 5$ y $y = 3t + 6$, en que t representa el tiempo, en segundos. Obtenga una ecuación que relacione las variables x y y.